OPERE

DI

GALILEO GALILEI.

OPERE

DI

GALILEO GALILEI

NOBILE FIORENTINO.

VOLUME DECIMO.

MILANO

Dalla Società Tipografica de' Classici Italiani
contrada del Cappuccio.
ANNO 1811.

NOTE

AL TRATTATO

DEL GALILEO

DEL MOTO NATURALMENTE ACCELERATO

DEL PADRE ABATE

D. GUIDO GRANDI

Matematico di S. A. R. e dell' Università di Pisa.

Il principale fondamento, sopra di cui hà stabilita il Galileo la sua nuova scienza del Moto accelerato de' Gravi cadenti, è l'ipotesi, che un grave partendosi dalla quiete si vada acquistando appoco appoco la velocità: dimanierachè in ogni minima particella uguale di tempo si vada sopraggiugnendo un grado eguale di celerità; e però cresca nel mobile la velocità mede-

sima in quella proporzione appunto, in cui cresce il tempo dal principio del moto.

2. Questa supposizione non solamente è la più naturale, ed assai conforme alla ragione ed alle sperienze, come accenna il nostro Autore, ma resta altresì confermata dall' universale consentimento de' Filosofi e Matematici moderni, che l'hanno generalmente abbracciata per vera: purchè però si prescinda, come espressamente avvertì lo stesso Galileo, dalla resistenza del mezzo, in cui si fa il moto; e purchè si supponga in oltre, come fa tacitamente il medesimo Autore, che la gravità sia una forza invariabile, e come suol dirsi, *costante*; onde in ogni particella uguale di tempo, essendo similmente applicata al mobile, debba in esso imprimere un eguale grado di velocità, e spingerlo abbasso col medesimo inalterato vigore: non essendovi ragione alcuna, perchè aver possa diversa azione in un momento, più che in un altro.

3. Ma ne' tempi susseguenti all'età del Galileo si cominciò a dubitare, che la gravità d'un medesimo corpo non variasse al mutarsi del luogo, e non crescesse o scemasse di energia, secondo le varie distanze dal centro comune, a cui tendono i gravi, corrispondendo alle dette lontananze con qualche legge di proporzione determinata dall' Autore della Natura; il che se fusse, gli accrescimenti della velocità, acquistati

dal móbile in qualsivoglia menoma particella uguale di tempo non sarebbero più fra di loro uguali, ma più tosto proporzionali alle varie forze della gravità, che nel suo avvicinamento al centro comune, alterando il proprio vigore, doverebbe cagionare tanto maggiore o minore effetto, quanto maggiore o minore fusse l'energia da essa acquistata nel progresso del moto. Così, perchè la forza della Calamita vicina è maggiore della più lontana, se un ago in una certa distanza dal polo di quella comincia a risentire l'azione, da cui viene spinto a congiungersi col detto polo, la velocità, che gli viene impressa in un secondo di tempo dal principio del moto, non sarà uguale a quella, che gli si aggiunge in ciascuno de' susseguenti secondi; ma tanto maggiore diventerà sempre l'augumento della velocità corrispondente alle particelle uguali di tempo impiegato nel moto, quanto è maggiore la forza della Calamita già vicina dell'energia che aveva in maggiore lontananza.

4. È vero, che nelle distanze dal centro della Terra, nelle quali possiamo sperimentare i movimenti de' gravi, non può sensibilmente variarsi la forza della gravità, perchè quantunque in rigore dovesse alterarsi la sua energia a misura che scemano, o crescono le distanze dal centro, secondo qualsivoglia proporzione semplice o multiplicata delle medesime distanze prese

direttamente o reciprocamente; ad ogni modo è sì grande il semidiametro della Terra, che si calcola maggiore di 3647. miglia Fiorentine, secondo le moderne più esatte osservazioni: onde aggiungendogli ancora l'altezza d'un miglio o due, non si fa una distanza sensibilmente maggiore, che possa per questo conto alterare l'effetto della gravità, sicchè con tutta ragione si può supporre, che sia una forza costante, almeno per quanto appartiene a que' moti, che appresso di noi sulla superficie della Terra veggiamo farsi in linea retta.

5. Ma perchè non mancano Autori di gran nome, che poco soddisfacendosi dell'ipotesi del Galileo, hanno creduto, che ancora per li movimenti fatti qui su gli occhi nostri, nello scendere i gravi per poche braccia, l'accelerazione de' gravi camminasse con diversa proporzione: e perchè la dottrina del moto accelerato potrebbe stendersi a distanze maggiori dal centro del moto, nelle quali avesse luogo la variazione della forza della gravità immaginata da' Matematici e Filosofi moderni, specialmente nel calcolo de' moti celesti, nella spiegazione de' quali suppongono tutti i Pianeti esser gravi verso del Sole; ed ancora finalmente, perchè quando pure in ogni moto rettilineo dovesse computarsi la gravità per una forza costante ed invariabile; è certo però, che ne' moti curvilinei

ancora, fatti appresso alla superficie della nostra Terra, si varia in ogni punto la forza della gravità, a misura che si varia l'inclinazione della curva descritta dal mobile col piano orizzontale o col perpendicolo; di maniera che resta moderata di mano in mano l'energia della gravità, per se stessa invariabile, essendo in parte sostenuto il grave cadente da ciò che l'obbliga di andare per linea curva; e però si verifica in tal caso l'ipotesi della gravità sempre variata in diversi punti dello spazio da scorrersi, secondo varie proporzioni, che possono nascere dalla varia natura delle curve descritte da esso mobile. Perciò non sarà inutile di esaminare l'altre ipotesi della gravità in diverse proporzioni variabile, determinando ciò che debba nel moto accelerato accadere di particolare per tal riguardo: il che renderà questa scienza più generale, e più adatta al gusto di chiunque dell'altre supposizioni voglia prevalersi nel sistema della gravità, credendo che con altre leggi sia regolata dall'Autore della Natura quella cagione, qualunque siasi, che spinge le cose gravi verso il centro della Terra, o verso qualunque altro punto, a cui possano avere tendenza.

6. E primieramente dichiarerò certi termini, de' quali mi voglio servire quindi innanzi, secondo l'uso, che di già hanno appresso a' moderni Matematici, che di simiglianti materie trattarono; benchè per

ischivare ogni pericolo di confusione mi convenga distinguerli con qualche particolare aggiunto nella maniera che segue.

Definizioni.

7 S' interseghino le rette P S, G M (Fig. 1.) perpendicolarmente in A; ed esprimano le porzioni in A S della prima l'estensione dello spazio scorso dal mobile partitosi dalla quiete in A; e le porzioni A M della seconda rappresentino l'estensione del tempo impiegato in un tal moto dalla sua origine in A. Negl' infiniti punti della retta A S sieno applicate le rette S F rappresentanti le forze, colle quali viene spinto il mobile in ciascun punto dello spazio; e. le rette S V esprimenti il grado di velocità, che ivi si trova d'avere acquistato il mobile scendendo per lo spazio A S; e le rette S T, che denotano l'estensione del tempo impiegato in un tale moto; e le S *t* proporzionali agl' incrementi momentanei del tempo, ne'quali si promuove il mobile per le particelle elementari dello spazio, sieno ancora le M F applicate a ciascun punto M della retta A M, uguali alle corrispondenti S F, e le M V parimente uguali alle corrispondenti S V, di maniera che espongano quelle la forza, e queste la velocità, con cui il mobile è spinto ne' momenti M del

tempo. Allora si dirà la superficie A G F S *Scala delle forze*; l'altra A V S *Scala delle velocità*; l'altra A T S la *Scala de' tempi intieri*; ma la figura P A M F dirassi *Piano delle forze*; e l'altra A V M *Piano delle velocità*; dimanierachè, occorrendo di applicare allo spazio qualche misura del moto, sempre la figura che ne risulta dirassi *Scala*, ed applicandola al tempo, dovrà dirsi *Piano* di quella tale misura; ad imitazione de' *Piani delle velocità*, adoperati prima d'ogni altro dal célebre Gio. Alfonso Borelli *De vi percussionis cap.* 20 e delle *Scale de' momenti* usate dal famoso P. Cavalieri *nell'esercitat. quinta Geometr.* e poscia dal Viviani nel suo *libro della resistenza de' Corpi solidi* alle prop. 74 76 84 ec. e ad imitazione loro applicate a varie funzioni del moto dal Sig. Ermanno nella sua Foronomia, come egli stesso se ne protesta *nella Prefazione verso il fine.*

8 Posto ciò, si osservi di più, che le regole dimostrate dal Galileo per que'moti, che sono uniformi ed equabili, nel decorso de' quali si mantiene una stessa invariabile velocità, possono convenire ancora alle porzioni infinitamente piccole dei moti accelerati o ritardati; perchè sebbene ancora in esse realmente si aumenta o si diminuisce la velocità: tuttavolta questo accrescimento o decremento di velocità, essendo tanto minore, quanto che cor-

risponde ad una particella più piccola di tempo, se questa si piglia infinitamente piccola, ancora l' accrescimento o decremento suddetto di velocità sarà infinitamente piccolo, cioè minore di qualunque menomo grado assegnabile di celerità; e però l' aggiunta o il defalco di esso da quell' intera velocità, di cui è affetto il mobile nel principio d' una tale minima particella di tempo, è come un nulla, in paragone della medesima intera, essendo infinitamente più piccolo di essa, e però non ne altera la grandezza *per la prop.* 3 *del mio Tratt. degl' Infiniti*; onde è, come se in tutto quel tratto infinitamente piccolo di tempo, si fosse mantenuta esattamente la medesima velocità, senza punto alterarsi.

9 Per la qual cosa siccome ne' moti equabili gli spazj fatti nello stesso tempo sono proporzionali alle velocità; e quelli che sono scorsi con pari velocità sono proporzionali a' tempi; ed in somma generalmente sono in ragione composta de' tempi e delle velocità; e risultano eguali spazj, se le velocità sono reciproche de' tempi, e la ragione delle velocità si compone della diretta degli spazj e della reciproca de' tempi; siccome viceversa la ragione dei tempi si compone della diretta degli spazj e della reciproca delle velocità, come ha dimostrato il Galileo: così lo stesso affermar si puote nelle porzioni infinitamente

piccole de' movimenti varj, perchè essendo fatte in un tempo momentaneo, si ha da considerare la velocità per quel solo tratto di tempo infinitamente piccolo, come perseverante nello stesso grado senza alterarsi.

10 Mi servirò ancora nelle seguenti proposizioni de' principj del metodo degli infinitamente piccoli, applicandoli però geometricamente, e senza intrigo di calcoli, avendo io già dimostrato rigorosamente nel mio *Trattato degl' Infiniti alla prop.* 5 *ne' Corollarii ad essa soggiunti*, tutto il fondamento, con cui si piglia la porzione infinitamente piccola d' una curva, per la tangente di essa, intercetta fra due ordinate infinitamente prossime: siccome la serie di tutti i rettangoli iscritti, o circoscritti ad uno spazio curvilineo (quando sieno d' altezza infinitamente piccola, e conseguentemente in infinito multiplicati) per l' area medesima curvilinea, in cui vanno a terminare: e simili altre supposizioni, che facilmente si dimostrano ancora col ridurre all' assurdo, secondo il metodo degli Antichi, come avvisai *nel luogo citato verso il fine*, e però senza scrupolo si possono francamente abbracciare.

11 Ciò posto, si dimostreranno le seguenti proposizioni generalissime.

PROPOSIZIONE I.

Scorrendosi da un mobile lo spazio A S (Fig II.) col piano della velocità A M V, e da un altro mobile o dal medesimo facendosi lo spazio B C col piano della velocità B N O, saranno i detti spazj come i piani stessi, che loro corrispondono.

Dividasi lo spazio A S in un infinito numero di minime particelle uguali S D, D E, E F ec. ed in altrettante C G, G H, H I ec. sia similmente diviso lo spazio B C; e ne' piani delle velocità distinguansi le infinitamente picoole porzioni di tempo K M, L K, P L ec. nelle quali sono passati gli spazj D S, E D, F E ec. siccome altresì le porzioni di tempo Q N, R Q, T R ec. corrispondenti agli spazietti G C, H G, I H ec. e si ordinino l'applicate K *d*, L *e*, P *f* ec. e le Q *g*, R *h*, T *i* ec. rappresentanti le velocità, che rispettivamente hanno i mobili nello scorrere gli spazj suddetti nelle particelle di tempo sopra determinate. Essendo adunque gli spazj D S, G C in ragione composta de' tempi K M, Q N, e delle velocità K *d*, Q *g*, saranno essi spazj D S, G C, come i rettangoli *d* K M, *g* Q N, o come l' aree *d* K M V, *g* Q N O; e similmente, per essere gli spazj F E, E D, D S, come l'aree *f* P L *e*, *e* L K *d* *d* K M V, saranno queste fra di loro uguali, per essere quelli

supposti uguali fra loro, e per la stessa ragione saranno fra di loro uguali l' aree *i* T R *h*, *h* R Q *g*, *g* Q N O, come pure eguali si sono supposti gli spazj T R, R Q, Q N; e però quanto multiplice è lo spazio A S dello D S; tanto sarà multiplice l' area A M V *a* della *d* K M V; e l' area B N O *b* della *g* Q N O; come altresì lo spazio B C dello G C; e però se D S a G C sta, come *d* K M V a *g* Q N O, presi gli ugualmente multiplici degli antecedenti e de' conseguenti, sarà ancora lo spazio A S allo B C, come il piano di velocità A M V *a* al piano di velocità B N O *b*. Il che era da dimostrarsi.

Corollario I.

Quindi è, che gli spazj scorsi dalla quiete nel moto accelerato definito dal Galileo, crescono come i quadrati de' tempi; perchè allora essendo le velocità N O, M V (Fig. III.) come i tempi A N, A M, ne' quali sono fatti gli spazj A C, A S; sarà il piano di velocità A M V un triangolo, ed il piano A N O un altro triangolo simile; e però quello a questo è come il quadrato del tempo A M al quadrato dell' A N; ma come i detti piani, così gli spazj scorsi A S, A C; dunque detti spazj sono come i quadrati de' tempi.

Corollario II.

Facendosi con moto vario lo spazio S (Fig. IV.) nel tempo A M, secondo il piano della velocità A M V *a*; se nello stesso tempo A M colla massima velocità M V si scorrerà equabilmente lo spazio C, sarà S *a* C, come il piano della velocità A M V *a* al rettangolo A M V H circoscrittogli, perchè questo sarà il piano di velocità del moto equabile fatto per lo spazio C nel tempo A M colla stessa velocità M V.

Corollario III.

Onde è manifesto, che lo spazio fatto equabilmente coll' ultimo grado della velocità, acquistatosi da un grave, che cada dalla quiete, secondo l' ipotesi del Galileo, in altrettanto tempo di quello in cui cadde, è duplo dello spazio fatto cadendo, per essere il piano della velocità di questo un triangolo A M V, e di quel moto equabile un rettangolo A M V H d'uguale base ed altezza.

PROPOSIZIONE II.

Se un mobile nel tempo A M (Fig. v.) movendosi spinto dalle forze espresse dal piano delle forze A P F M si acquista la velocità V, e movendosi nel tempo B N spinto dalle forze rappresentate dal piano di forze B H G N, si acquista la velocità C, sarà V a C, come il piano primo al secondo.

Sia X O una parte infinitesima della velocità V, che denoterà l'accrescimento di velocità sopraggiunto al mobile in una simile infinitesima parte K M del tempo A M; sia altresì Y S una simil parte infinitesima della velocità C, cioè l'incremento di velocità acquistato dal mobile nella parte infinitesima Q N del tempo B N. Essendo gli effetti proporzionali alle loro cagioni, sarà X O a Y S in ragione composta della forza T K alla forza D Q, dalle quali dipendono gl'incrementi di velocità X O, Y S, e del tempo K M, in cui sta quella applicata al mobile, al tempo Q N, in cui questa altresì s'applica a spingere il suo mobile, dovendo crescere per questi due capi l'accrescimento della velocità, cioè in ragione della forza, se in tempi eguali applicata, ed in ragione dei tempi, se la stessa forza dura più o meno a spingere il mobile; sarà dunque X O a

Y S, come il rettangolo T K M al rettangolo D Q N, o come l'area T K M F all'area D Q N G; e presi gli ugualmente moltiplici dell' antecedenti e de' conseguenti, sarà l'intera velocità V all' intera velocità C, come il piano delle forze A P F M al piano delle forze B H G N. Il che ec.

Corollario.

Supponendosi col Galileo la forza della gravità sempre la medesima, saranno i piani delle forze A P F M, B H G N due rettangoli ugualmente altri proporzionali alle basi, cioè a' tempi A M, B N; e però con quella ipotesi è connessa necessariamente la supposizione dell'essere le velocità V, C proporzionali a' tempi A M, B N: e viceversa questa supposizione importa quella, non potendo essere le velocità come i tempi, se la gravità non si suppone una forza costante.

PROPOSIZIONE III.

La scala delle forze A G F S (Fig. VI.) sta all'altra scala A G H N, come il quadrato della velocità S C al quadrato della corrispondente velocità N V.

Si tirino le tangenti C K, V L a' punti C, V della scala delle velocità; e le C E, V I perpendicolari alla curva; e si suppongano le particelle B S, D N dello spazio, fatte in parti eguali, ed infinitamente piccole di tempo, tirando le B P, D M applicate alla scala delle velocità infinitamente prossime all'altre S C, N V, e siano P Q, M R parallele all'asse; e si denoteranno per le differenze Q C, R V gli augumenti di velocità sopraggiunti al mobile dalle forze F S, H N in tempi eguali, ed infinitamente piccoli; onde saranno proporzionali i detti augumenti alle medesime forze; ma gli spazj B S, D N fatti in tempi uguali, sono come le velocità S C, N V; perchè dunque F S ad H N sta, come Q C ad R V, cioè in ragione composta di Q C a Q P, di Q P ad M R, e di M R ad R V; delle quali ragioni la prima per la similitudine de' triangoli P Q C, C S E, sta come E S ad S C; la seconda è la stessa di B S a D N, cioè, come si è detto, di S C ad N V, e l'altra, per la similitudine de' triangoli M R V, V N I, è come di N V ad N I; dunque F S ad H N ha ragione composta di E S ad S C, di S C ad N V, e di N V ad N I; cioè sta come la sunnormale E S alla sunnormale N I: che se fusse F S uguale ad S E, sarebbe ancora H N uguale ad N I, e l'area A G F S fatta dalle sunnormali della figura A C S, sarebbe la

metà del quadrato S C, e l'area A G H N similmente la metà del quadrato N V, come ho dimostrato *nel Coroll.* 6 *della Propos.* 1. *della seconda Appendice al Libro delle mie Quadrature*; essendo adunque le dette F S, H N, se non eguali, almeno proporzionali alle dette S E, N I, è manifesto, essere le scale delle forze A G F S, A G H N proporzionali a' quadrati delle corrispondenti velocità S C, N R. Il che ec.

Corollario I.

Si noti, essersi dimostrato, che le forze S F, H N sono sempre come le sunnormali S E, N I della scala delle velocità.

Corollario II.

Se la forza è costante, come si suppone dal Galileo la gravità, sarà la linea G F H una retta parallela ad A N, e la scala delle forze diventando un rettangolo, sarà A G F S ad A G H N come lo spazio A S allo spazio A N; onde A S ad A N sarà come il quadrato della velocità S C al quadrato della velocità N V, e la scala della velocità in detta ipotesi è una parabola; ciò che altronde è noto, per es-

sere allora le velocità come i tempi, e gli spazj come i quadrati de' tempi, e conseguentemente proporzionali ancora a' quadrati delle velocità.

Corollario III.

Viceversa essendo la scala delle velocità una parabola, le cui sunnormali S E, N I sono sempre uguali alla metà del lato retto: ne segue, che le forze S F, N H, come proporzionali alle dette S E, N I, sono sempre da per tutto uguali.

Corollario IV.

Quando si supponessero le forze A G, S F (Fig. VII.) proporzionali a' viaggi da farsi verso un certo termine T, cioè come le A T, S T, sarebbe l'area A G T, cioè la scala delle forze, un triangolo; la scala delle velocità sarebbe un quarto di cerchio, o di ellisse A C V T, il cui centro è nel termine T; perchè le sunnormali nel cerchio sono le medesime distanze dal centro T, e nell'ellisse riescono ad esse proporzionali, come ancora si suppongono essere le forze A G, S F; e però in tale ipotesi le velocità sono come l'ordinate S C d'un cerchio, o d'una ellisse; dove ancora si verifica, essere l'a-

ree A G F S della scala delle forze proporzionali a' quadrati delle velocità S C; perchè il trapezio A G F S è la differenza de' due triangoli simili A G T, S F T, proporzionale alla differenza de' quadrati A T, S T, a cui per le cose coniche è proporzionale nell' ellisse, ed eguale nel cerchio, il quadrato dell' ordinata S C.

Corollario V.

Ma se le forze fussero in reciproca ragione delle distanze, la scala di esse forze sarebbe l'iperbola d' Apollonio G F X (Fig. VIII.) fra gli asintoti A T, T X, perchè in essa si verifica, essere A G ad S F, come reciprocamente S T ad A T, per l' ugualità de' rettangoli F S T, G A T iscritti allo spazio asintotico. Ed allora la scala delle velocità A C V sarebbe una Logistica, o Logaritmica del secondo grado, in cui i quadrati delle ordinate S C, N V sarebbero, come la ragione di A T ad S T alla ragione di A T ad N T; dimanierachè in questa ipotesi le velocità S C, N V sarebbero in suddupplicata ragione de' logaritmi delle distanze S T, N T: come si raccoglie dal *Coroll.* 3 *e* 4 *e dallo Scolio della prop.* 10 *del mio libro degl' Infiniti*; essendosi ivi provato, che le sunnormali di questa sorta di Logistica uguagliano le ordinate allo spazio asintotico dell' iperbola, che qui

rappresentano le forze; e che lo spazio suddetto asintotico dell'iperbola, come A G F S, è la metà del quadrato dell'ordinata corrispondente S C.

Corollario VI.

Quando poi le forze fussero reciproche de'quadrati delle distanze, sarebbe la scala A G F H (Fig. IX.) un' iperbola quadratica fra gli stessi asintoti; e la scala delle velocità A C V sarebbe quella curva, che io descrivo nel mio libro delle quadrature alla prop. 4. nata da' seni versi, che da me suole chiamarsi la *Versiera*, in latino però *Versoria*; dimanierachè le velocità S C, N V sarebbero in ragione composta della sudduplicata de'spazj scorsi A S, A N direttamente, e della sudduplicata de' spazj che restano fino al termine T, cioè di N T, S T reciprocamente.

12 Il che però non si potendo dimostrare dalle cose da me nel luogo citato circa le proprietà di questa curva proposte; stimo bene, attesa l' utilità, che può ricavarsi in Meccanica da questa Curva, il darne ora questa facile descrizione, ricavandone ciò che fa al nostro proposito. Sia dunque il mezzo cerchio A D B T, e nel punto estremo A del diametro lo tocchi la retta A E, a cui dall' altro termine

del diametro T si conducano le rette T K, T E, seganti la periferia in D, B, ed ordinate le D S, B N nel semicircolo, si compiscano i rettangoli K A S C, E A N V. La curva che passa pe' punti A, C, V così determinati, è la nostra *Versiera*, ed è evidente esser i quadrati S C, N V eguali a' quadrati A K, A E; ma il quadrato A K al quadrato A E ha ragione composta del quadrato A K al quadrato A T, e di questo al quadrato A E; delle quali ragioni la prima è quella del quadrato S D al quadrato S T, ovvero della retta A S alla S T; la seconda è quella del quadrato T N al quadrato N B, ovvero della T N alla A N; pertanto sarà il quadrato A K, ovvero S C al quadrato A E, ovvero N V, in ragione composta di A S ad S T, e di N T ad A N, cioè come il rettangolo di A S in N T a quello di S T in A N, che è quanto dire in ragione composta de' spazj scorsi A S, A N direttamente, e de' spazj, che rimangono a scorrersi N T, S T reciprocamente, come di sopra enunciammo.

13 Ma altresì lo spazio A G F S dell'iperbola quadratica allo spazio A G H N della medesima (essendo questi le differenze dello spazio asintotico infinitamente lungo, che sarebbe sopra l'ordinata A G, dallo spazio che sarebbe sopra l'ordinata F S, e da quello che sopra l'ordinata H N si stenderebbe, prolungando in infinito l'iperbola, e l'asintotó T A sopra

A: i quali spazj asintotici sono respettivamente uguali a' rettangoli G A T, F S T, *per lo cap.* 11. *degli Ugeniani*) essendo come l'eccesso del rettangolo F S T sopra il rettangolo G A T, all'eccesso del rettangolo H N T sopra il medesimo rettangolo G A T; è in ragione composta delle medesime A S ad A N, ed N T ad S T: perchè descritta per G tra gli stessi asintoti l'iperbola d'Apollonio G R L, onde il rettangolo G A S riesca lo stesso col rettangolo R S T, ovvero L N T, i detti eccessi saranno, come i rettangoli di F R in S T, e di H L in N T, o pure (giacchè F S a G A sta come il quadrato A T al quadrato S T, cioè come il quadrato S R al quadrato G A, onde sono continuamente proporzionali F S, R S, G A, e però F S ad R S è come R S a G A, o come A T ad S T, e dividendo F R ad R S, come A S ad S T, ed il rettangolo di F R in S T uguaglia quello di R S in S A, siccome per la stessa ragione il rettangolo di H L in N T uguaglia quello di L N in N A) come il rettangolo R S A al rettangolo L N A; che è in ragione composta di S A ad N A, e di R S ad L N, che è come di N T ad S T; dunque l'area della scala delle forze A G F S all'area della scala A G H N è come il quadrato dell'ordinata nella Versiera S C al quadrato della N V; e però la detta Versiera A C V è la scala delle velocità, come si doveva dimostrare.

14 Questa è l' ipotesi più comunemente abbracciata da' Matematici moderni circa la forza della gravità, che spigne i corpi superiori alla superficie della terra verso il suo centro, o ancora ciascun Pianeta primario verso il Sole, e ciascuno de' secondarj Pianeti verso il suo primario, come può vedersi appresso il Nevvton *nelle proposizioni* 71. 75. 76. *del lib.* 1 *de' suoi Principj Matematici della Filosofia, e nella prop.* 8. *del lib.* 3. appresso David Gregorio *nella sua Astronomia prop.* 28. 29. 42. 45. appresso il Leibnitzio *negli Atti di Lipsia di Febbrajo del* 1689. appresso Cristiano Ugenio *nel discorso della Cagione della Gravità pag.* 160. ed altri Autori: ed è ciò coerente all' osservazioni de' moti de' Pianeti, ed alla celebre regola del Keplero in essi osservata, cioè che i quadrati de' tempi loro periodici siano come i cubi delle distanze dal centro, intorno a cui girano; ciò che non si verifica, se non nell' ipotesi, che la forza, da cui sono continuamente distornati dal moto rettilineo per la tangente della curva, che descrivono, e rispinti verso il centro de' loro moti, con ritenerli perpetuamente nella stessa curva, sia come una gravità, che riguardi il detto centro, e che vada scemando, o crescendo in ragione reciproca de' quadrati delle distanze.

15 Quanto alla supposizione, che la gravità sia direttamente come le distanze

del centro, della quale ipotesi hò parlato *nel Coroll.* 4. essa viene abbracciata dallo stesso Nevvton per que' corpi, che discendono dalla superficie della terra allo ingiù, come asserisce *nel luogo cit. alla prop.* 73. *del lib.* 1. *e nella prop.* 9 *del lib.* 3. ma prima era stato ciò asserito generalmente dal Viviani *ne' suoi scritti di Meccanica* già sigillati del 1667. ab Incarn. addì 2. Marzo per mano del Serenissimo Principe Leopoldo; e fù ancora creduto, almeno circa la gravità dell'acqua, dal Borelli *nel libro de' movimenti della Gravità* (stampato del 1670.) *alla prop.* 164. e da Monsù Fermat la stessa ipotesi fu sostenuta fin dal 1636. come dalle sue lettere stampate *nell'Opere postume* di esso nel 1679. apparisce, nelle quali si vede la lunga contesa, ch' ebbe sopra di ciò con Monsù di Roberval; ed a' nostri tempi fu la stessa supposizione illustrata dal P. Tommaso Ceva della compagnia di Gesù ne' suoi libri *de natura Gravium*, e poscia confermata dal P. Girolamo Saccherio della stessa compagnia nella sua Neostatica: a' quali Autori si potrebbe aggiugnere il Padre de' Chales della medesima compagnia, in quanto che nella sua Statica lib. 2. prop. 10. 14. 15. pretende, che meglio si esprimano gli accrescimenti de' spazj e delle velocità nel moto accelerato de' gravi, se in un cerchio concentrico alla terra, e che passi per l'o-

rigine del moto, si rappresenti la velocità co' seni retti, e lo spazio scorso co' seni versi, ed il tempo cogli archi corrispondenti; il che accade appunto nell' ipotesi suddetta *del Coroll.* 4. come in parte da esso si raccoglie, ed in parte si cava da ciò che diremo più sotto *nel Coroll.* 2. *della prop. seguente*, circa la rappresentazione de' tempi del moto fatto in tale supposizione, come ancora fu dimostrato dal Nevvton *luogo cit. lib. I. prop.* 38. benchè certamente il P. de' Chales a ciò non attendesse, onde si va raggirando vanamente, per trovare qualche ragione fisica, per cui si potesse inorpellare quel suo Sistema da lui creduto più conforme alla sperienza della semplice supposizione del Galileo, osando perfino di ricercarne i fondamenti nell' ipotesi Copernicana, giacchè nella comune della terra stabile egli non gli scorgeva.

16 Nè sarà fuori di proposito l'arrecare qui la dimostrazione, che s' immaginò il Viviani essere atta a persuadere la variazione della gravità in ragione delle distanze dal centro, tal qual egli la distese negli accennati suoi scritti, in questi termini, pochissimo differenti da quelli, che usò il Fermat in persuadere la medesima cosa.

Supposizione I.

» Pongasi, che la forza, che fa un
» grave per scendere, venga fatta dal suo
» centro di gravità, il quale se fusse u-
» nito col centro della terra, più non si
» moverebbe, e per conseguenza nè anco
» il grave.

Supposizione II.

» È, che tanto è l' impeto, o momen-
» to, che ha il grave per andare al cen-
» tro, quanta forza ci vuole per ritener-
» lo: e questa è la misura della gravità
» assoluta.

Teorema.

» Il peso d' un grave posto in diver-
» se lontananze dal centro della terra,
» scema colla medesima proporzione, che
» scemano le medesime distanze. Siano i
» due gravi, de' quali i centri di gravi-
» tà A, B (Fig. 1.) siano congiunti col-
» la linea A B, e di essi come d' un so-
» lo grave il centro comune sia C, qua-
» le considero già unito col centro della
» Terra. È manifesto per la prima suppo-

» sizione, che tal grave starà così, nè
» più si moverà; e se così sta, adunque
» i momenti, che hanno i due gravi A,
» B per scendere in C sono fra loro ugua-
» li; e per la seconda supposizione, le for-
» ze per ritenerli in A, e B, acciò non
» vadano verso C, sono eguali alli detti
» momenti, cioè eguali fra loro; e se tali
» forze sono eguali, e dette forze sono le misu-
» re dei pesi assoluti, tanto peserà il grave
» A in A, quanto il B in B; ma A in B
» pesa più di B in B secondo che (*A è*
» *maggiore di* B *ovvero*) B C è maggiore
» di C A; *dunque* A *in* B *pesa più dello*
» *stesso* A *in* A *in proporzione delle di-*
» *stanze* B C, A C; il che ec.

17 Ma il Torricelli in certa sua Scrittura da lui mandata al Sig. Michel'Angelo Ricci celebre Matematico, che fu poi degnissimo Cardinale di Santa Chiesa, è di parere, che la forza della gravità corrisponda piuttosto reciprocamente alle dette distanze dal centro comune de'gravi, come nell'ipotesi *del Coroll.* 5 ed il progresso del suo raziocinio era tale.

» Sia il triangolo A B C (Fig. XI.), e
» divisa la sua base A C nel mezzo in D,
» si tirino dal punto D le perpendicolari
» a' lati del triangolo prolungati dove bi-
» sogna, e siano D E, D F. Dico che il
» lato A B al lato B C è reciprocamente,
» come la perpendicolare D E alla per-

» pendicolare D F. Si tiri la retta B D; e
» perchè i triangoli A B D, B D C hanno
» l' istesso vertice B, e l' istessa altezza,
» sono in proporzione delle basi A D, D
» C, cioè uguali; e similmente presi i
» loro doppj, sarà il rettangolo sotto l'al-
» tezza D F, e la base A B, uguale al
» rettangolo sotto l'altezza D E, e la base
» B C; e però reciprocamente A B alla B
» C, come D E a D F. Il che ec. Ora
» posto, che B figuri il centro della ter-
» ra, ed A C una libra di braccia egua-
» li, con due pesi uguali nell' estremità
» A, C, i cui momenti, o gravità sono mi-
» surate dalle perpendicolari D F, D E, sic-
» come dichiara Gio. Battista de' Benedetti
» *nel suo libro delle speculazioni mate-*
» *matiche cap. 3 ovvero 4* ne segue, che
» il momento del peso C sia reciproca-
» mente, come la distanza de' pesi dal
» centro della terra; e di qui abbiamo,
» non solamente che il peso più vicino al
» centro, mentre è nella libra, pesa più
» del meno vicino, ma sappiamo ancora
» in qual proporzione pesa più.

18 Collo stesso progresso si provereb-
be, che due pesi uguali A, C in disuguali
distanze A D, D C d' una libra A C col-
locati, pesassero in ragione composta della
diritta di A D a D C, e della reciproca
delle distanze C B, A B dal termine B,
ove le direzioni loro convengono; perchè
A D a D C essendo come il triangolo A

D B al B D C, cioè in ragione composta di A B a B C, e di D F a D E, ne segue che D F a D E, cioè il momento di A a quello di C, sia in ragione composta di A D a D C, e di C B ad A B; onde in maniere infinite si potrebbe dimostrare, che variasse l' impeto, o l' energia de' gravi assolutamente uguali in diverse distanze dal centro della terra, se questo raziocinio potesse applicarsi a' gravi liberi e sciolti, come vale ne' gravi connessi insieme in una libra pendente da un determinato punto preso, come centro del moto. Però non ho voluto tacere questa ipotesi, vedendola abbracciata per i pesi, che sono sulla superficie della Terra dal Newton *lib.* 3 *prop.* 20 e dal Gregori *Astron. Phys. prop.* 52. Passiamo a dimostrare altre proposizioni.

PROPOSIZIONE IV.

Se la figura A Z L M T (Fig. XII.) averà l' ordinate L H, M T reciproche delle velocità T V, H C espresse dall' applicate nella scala delle velocità A C V T, sarà la figura A Z M T la scala de' tempi elementari; e starà l' area A Z M T a qualsivoglia sua porzione A Z L H, come il tempo intiero, che s' impiega nello spazio A T, al tempo impiegato nello spazio A H.

Imperocchè, poste due porzioni I H, E T infinitamente piccole dello spazio, e fra di loro uguali, sarà il tempo per E T al tempo per I H, come reciprocamente H C a T V, *per le cose dette al numero* 9, cioè come T M ad H L; dunque se T M esprime il tempo dello spazio elementare E T, dovrà H L esprimere il tempo dello spazio altresì elementare I H, e però la figura A Z M T è la scala dei tempi elementari. E perchè T M ad H L sta ancora, come il rettangolo M T E X all' altro egualmente alto L H I Y; dunque il tempo per lo spazietto E T al tempo per l' altro I H sta sempre, come l' area elementare M T E X all' area elementare L H I Y, e così sempre; e però il tempo per tutto lo spazio A T al tempo per tutta la A H sta, come l' area A T M Z all' area A H L Z *per la prop.* 4 *del* 5 *degli elem.* essendo gli antecedenti egualmente moltiplici della prima e della terza grandezza, ed altresì i conseguenti ugualmente moltiplici della seconda e della quarta, mentre il tempo per A T distinguendosi in infinite particelle uguali al tempo elementare per E T, l' area A T M Z si dividerebbe in altrettanti spazietti uguali ad M T E X (prendendo l' altezze non già tra di loro uguali, ma reciproche all' ordinate T M) e similmente il tempo per A H dividendosi in infinite particelle uguali al tempo elementare per I H, nell' a-

rea A L H Z si distinguerebbero altrettanti spazietti uguali ad L H I Y; onde è manifesto ciò che si voleva dimostrare.

Corollario I.

Se la scala delle velocità è una parabola A C V T, come nell'ipotesi della gravità costante, sarà la sua reciproca M Y Z A T, cioè la scala de' tempi elementari, un'iperbola quadratica, in cui il quadrato M T al quadrato H L sta, come A H ad A T, che è la ragione del quadrato C H al quadrato V T; ed è l'area M Y Z A T dupla del rettangolo M T A, siccome l'area L Y Z A H è dupla del rettangolo L H A, *per le cose dimostrate da me negli Ugeniani cap.* 8 *num.* 11 dunque il tempo intero per A T all'intero tempo per A H è, come il rettangolo M T A al rettangolo L H A, cioè in ragione composta di M T ad L H (cioè di H C a T V) e di T A ad A H (che è la medesima con quella del quadrato T V al quadrato H C) le quali due ragioni fanno quella di T V ad H C; e però in tale ipotesi la scala de' tempi interi è la stessa parabola, che serve di scala alla velocità: come appunto esser debbe, crescendo allora la velocità come il tempo.

Corollario II.

Ma essendo, come nell' ipotesi delle forze proporzionali alle distanze dal termine T, la scala delle velocità è un quarto di cerchio, *per lo Coroll.* 4 *della prop. antecedente*, la sua figura reciproca, cioè la scala de' tempi elementari, sarà *per lo Coroll.* 5 *dell' append. prima delle mie quadrature* la stessa coll' area Z A T M (Fig. XIII.) dimostrata *ivi nel Coroll.* 3 essere dupla dello stesso quadrante A C V T, siccome ogni sua parte Z A H L dupla del settore corrispondente A C T; onde si ha, che il tempo per l' intera A T al tempo per qualsivoglia sua parte A H sta, come il quadrante A V T al settore A C T, ovvero come l' arco A V all' arco A C; dimanierachè in questa ipotesi essendo gli spazj A H, A E come i seni versi, le velocità sono come i seni retti H C, E N, le forze come i seni di complimento H T, E T, ed i tempi come gli archi A C, A N.

Corollario III.

Onde la scala de' tempi in questa ipotesi è la figura de' seni A Q P (Fig. XIV.) le di cui ordinate H Q uguagliano l' arco A C dell' iscritto quadrante: siccome ancora il piano delle velocità è la stessa fi-

gura presa per un altro verso, cioè computando il principio del tempo dal punto P, mentre ad ogni sua porzione P R uguale all'arco del quadrante V C corrisponde l'ordinata R Q uguale al seno S C, che rappresenta la velocità del mobile discendente lungo il raggio V T per lo seno verso V S: della quale figura de' seni si veggano le cose da me dimostrate *negli Ugeniani cap.* 13 *num.* 4 *ed altrove*, le quali confrontano con ciò che de' piani della velocità si è generalmente di sopra dimostrato.

Corollario IV.

Ma se le forze fussero reciprocamente proporzionali alle distanze dal termine T, (Fig XV.) essendo la scala delle velocità una Logistica del secondo grado A C N, come *nel Coroll.* 5 *della prop. preced.* si è dimostrato, sarebbe il tempo per A H al tempo per A E, come l'area A C M T all'area A N V T: perchè la suttangente di questa curva presa nell' asintoto T V è reciproca dell' ordinate, come dimostrai *nel Coroll.* 2 *della prop.* 10 *degl'Infiniti*; onde la figura reciproca alla scala delle velocità sarebbe correlata ad essa, e però eguale alle dette porzioni A C M T, A N V T, per le cose da me dimostrate *nel cap.* 7 *degli Ugeniani al num.* 2.

Corollario V.

Che se si suppongano le forze proporzionali reciprocamente ai quadrati delle distanze dal detto termine T, di manierachè la scala delle velocità sia la Versiera A C N V, *per lo Coroll. 6 della preced. prop.* essendo in essa l' ordinata E N nella distanza T E dal termine T, reciproca dell'ordinata H C in pari distanza H A dalla cima A (per essere sempre il rettangolo di tali ordinate uguale al quadrato del diametro A T, stante la descrizione addotta *di sopra al num.* 12 giuntavi la *prop.* 53 *del lib. 3 de' Conici d' Apollonio*) sarà il tempo per A T al tempo per A H, come l' area A C V T all' area T E N V tagliata dal termine T all' intervallo E T uguale ad A H: cioè *per la prop.* 4 *delle mie Quadrature, e suoi Corollarj*, come il quadruplo del semicircolo genitore A M T, al quadruplo del segmento misto A O T, compreso dal diametro A T, dall' arco A O, e dalla corda O T dell' arco residuo O M T, che (supposto il centro in S, e condotto il raggio S O) viene ad essere il quadruplo del settore A O S, e del triangolo S O T.

Corollario VI.

Onde perchè il rettangolo del diametro A T (Fig. xvii.) nella semiperiferia A O T uguaglia il quadruplo del mezzo cerchio A O M T, ed il rettangolo dello stesso diametro nell'arco A O è quadruplo del settore A O S, siccome il rettangolo del diametro medesimo A T nell'altezza del seno O H è quadruplo del triangolo S O T, sarà il tempo per A T al tempo per A H, come la semiperiferia A M T alla somma dell'arco A O, e del seno O H; cioè fatta la cicloide A Q K T, in cui la base T K pareggia la semiperiferia A M T, e qualunque ordinata H Q è la somma del seno H O, e della O Q uguale all'arco A O, sarà questa la scala de' tempi intieri; dimanierachè rappresentando T K il tempo per la A T, esprimerà qualunque ordinata H Q il tempo per la A H. Ed è questa una nuova fisica proprietà della Cicloide, non ancora, che io sappia, da altri scoperta, fra tant' altri bellissimi usi, che ne hanno ritrovato i moderni Geometri.

Corollario VII.

Se le velocità crescessero come gli spazj scorsi, dimanierachè la scala delle velocità fusse il triangolo A V T (Fig. xviii.) la quale ipotesi è riferita e confutata dal Galileo, ed indarno presa da altri a ristabilirsi, contro de' quali è da vedersi la dottissima Lettera di Monsù Fermat al Gassendo *nell' Opere di questo tom.* 6 *e nell' Opere postume di quello pag.* 201) nel qual caso ancora le sunnormali H S, E I, e conseguentemente, *per lo Coroll.* 1 *della prop.* 3 le forze motrici, mercè della similitudine de' triangoli H C S, E N I, sono come le velocità H C, E N, o come gli spazj scorsi A H, A E; in tale ipotesi, dico, la scala de' tempi elementari sarebbe l'Iperbola Apolloniana V D B Z tra gli asintoti A T, A Z, essendo le ordinate di questa H B, E D reciproche agli spazj scorsi A E, A H, e conseguentemente reciproche alle velocità E N, H C; onde un infinito tempo si richiederebbe a passare qualunque minima porzione di spazio A H, partendosi dalla quiete in A, per essere il tempo d' un tale movimento come l' area asintotica A H B Z, che è d' estensione assolutamente infinita *per ciò, che ho dimostrato nel cap.* 8 *degli Ugeniani num.* 11 *ed altrove*; dal che apparisce l' impossibilità di tale ipotesi.

20 Da quanto si è detto sinora, e da ciò, che dirassi in appresso, manifestamente si scorge, non essere altrimenti così sterili ed inutili, come a prima faccia appariscono e da molti si spacciano, le geometriche speculazioni intorno alle linee curve, potendo ciascheduna avere grand'uso nelle più profonde ricerche della Fisica e della Meccanica: come qui si è veduta venire in campo l'Iperbola quadratica, la linea de' seni, la Logistica del secondo grado, e la Versiera (oltre la Cicloide già da gran tempo benemerita de' misterj più astrusi della Natura) a dimostrare le passioni del moto in varie ipotesi e circostanze, che possono accompagnarlo: nè mi sarebbe stato così facile il rinvenire tante belle verità sopra dimostrate circa le proporzioni, colle quali si aumenta la velocità di tali movimenti, e come cresca lo spazio in corrispondenza del tempo, secondo le varie forze, che spingono il mobile, se non avessi avute in contanti le proprietà delle curve suddette, già da me altrove dimostrate, quando a tutt'altro pensava, che all' uso, a cui presentemente doveva applicarle: siccome non credo, che Apollonio prevedesse mai, quanto dovessero un giorno essere utili per la Meccanica, per l' Ottica e per l'Astronomia, le tante proprietà da lui speculate in astratto circa le sezioni coniche.

21 Ma proseguiamo le nostre ricerche.

PROPOSIZIONE V.

Sia A H T S (Fig. xix.) la scala de' tempi intieri del moto per A S dalla quiete in A; ed in qualunque suo punto H sia toccata dalla retta H B; dico che lo spazio fatto col moto accelerato da A in E, secondo la predetta scala, è allo spazio, che si sarebbe fatto equabilmente nello stesso tempo, se da principio durata fusse la stessa velocità, che ha il mobile in E, come A E alla suttangente E B.

Imperocchè sia il piano di velocità di un tale moto la figura A C V M, e sia M A segata dalla tangente H B in I, sarà l' area A V M all' area A C N, come lo spazio M T allo spazio N H *per la prop.* 1 ed essendo H I tangente della curva A H T; sarà *per lo cap.* 13 *de' nostri Ugeniani al num.* 2. il rettangolo C N I uguale all' area A C N; e però il rettangolo C N I al rettangolo C N A, ovvero I N ad N A, o pure I H ad H B, cioè A E ad E B, sarà come l' area A C N al rettangolo ad essa circonscritto C N A, o pure *per lo Coroll.* 2 *della prop.* 1., come lo spazio fatto col moto accelerato, allo spazio, che si farebbe nello stesso tempo con moto equabile coll' ultimo grado N C della velocità in esso acquistata; il che ec.

Corollario I.

Nell' ipotesi del Galileo della gravità costante, la scala de'tempi intieri A H T S è una parabola, di cui la suttangente B E è dupla dell' A E; onde lo spazio fatto con moto accelerato è la metà di quello che si farebbe equabilmente in altrettanto tempo coll'ultimo grado della velocità acquistata.

Corollario II.

Nell' ipotesi delle forze proporzionali alle distanze dal centro, o dal termine del moto, essendo, *per lo Coroll.* 3. *della prop. preced.* la scala de' tempi intieri la figura de' seni, o sia l'ungula cilindrica espansa A Q P T (Fig. xx.) sarà sempre lo spazio scorso dalla quiete con moto accelerato a quello, che si sarebbe scorso equabilmente in egual tempo coll' ultimo grado di velocità, come il seno verso alla quarta proporzionale dopo il raggio, il seno retto, e l'arco corrispondente; imperocchè tirata la tangente B Q Z, si è dimostrato *nel cap.* 13 *degli Ugeniani al num.* 4 che posta R Z eguale alla tangente C X dell' arco circolare nel punto corrispondente C, congiunta la Z Q è tangente di questa figura; sarà dunque come C X ad H T (cioè come il raggio T C al seno ret-

to H C) così R Z ad R Q, o pure H Q (cioè l'arco A C) ad H B; ma come A H (che è il seno verso) ad H B, così lo spazio del moto accelerato allo spazio del moto equabile; dunque ec.

Corollario III.

E perchè la tangente dell' infimo punto P di questa figura taglia dall' asse T A la suttangente uguale al quarto di circonferenza A C V (per essere allora il raggio uguale al seno T V del quadrante) sarà lo spazio fatto acceleratamente a quello, che in egual tempo si sarebbe fatto con moto equabile, ritenuto l'ultimo grado di velocità, come il raggio ad un quarto di periferia, o come il quadrato iscritto nel cerchio al medesimo cerchio: onde nel tempo della caduta per A T, averebbe il mobile scorso equabilmente l'arco A C V coll' ultima velocità T V.

Corollario IV.

Ma supposte le forze proporzionali reciprocamente a' quadrati delle distanze dal centro, essendo la scala de' tempi intieri *per lo Coroll.* 6. *della prop.* 4. la cicloide A Q K T (Fig. XVII.), in cui la tangente Q B è parallela alla corda dell' arco A O, come dimostrai *nel cap.* 8. *degli*

Ugeniani num. 7. e però A H ad H B è come il seno retto H O alla somma di detto seno, e dell' arco, cioè ad H Q; altresì lo spazio fatto acceleratamente, a quello, che si farebbe in altrettanto tempo coll' ultima velocità equabilmente ritenuta, è come il seno retto di quell' arco, di cui lo spazio passato è seno verso nel semicircolo, che ha per diametro la distanza dell' origine del moto dal centro de' gravi, all' aggregato del seno retto, e dell' arco.

22. Per mostrare ora, come queste varie ipotesi di gravità possono avere luogo ancora nella supposizione, che fa il Galileo dell' assoluta gravità costante, e delle direzioni de' gravi tra di loro parallele, per l'immensa lontananza del centro, in cui convengono, basta supporre, che un mobile si muova in una linea curva, perchè secondo che in varj suoi punti è diversamente inclinata dell' orizzonte, si raffrena e modifica talmente, che equivale ad una gravità variabile; onde si può dimostrare la seguente

PROPOSIZIONE VI.

Se un mobile scorre per la curva A B D C (Fig. XXI.) eretta all' orizzonte E F, supposta l'assoluta gravità costante, e le direzioni parallele, sarà sempre la forza relativa, da cui è spinto il mobile nel pun-

to B, alla forza che lo spinge nel punto D, come il seno dell' angolo E B I fatto dalla B E tangente dal primo punto coll' orizzonte B I, al seno dell' angolo F D K fatto dalla F D tangente del secondo punto coll' orizzontale D K.

Imperocchè convengano le dette tangenti in G; dunque, *come si dimostra nella Meccanica*, il momento di uno stesso grave posto sul piano G E al momento del medesimo posto sul piano G F sta reciprocamente, come G F a G E, cioè, *per le cose trigonometriche*, come il seno dell' angolo G E F, o del suo supplimento E B I, al seno dell' angolo G F E, o dell' alterno F D K; ma questi momenti d'uno stesso mobile in diversi piani sono appunto le forze relative, che lo spingono abbasso; ed il mobile collocato nel punto B della curva A B D C è, come se fusse nel piano E G B, che la tocca in B: siccome lo stesso collocato in D ha tale forza da scendere, come se fusse nel piano tangente D F; dunque la forza in B alla forza in D sta, come il seno dell' angolo E B I al seno dell' angolo F D K; il che ec.

Corollario I.

Sopra l'asse N C della curva A B D C, descrivendo un semicircolo N M C, e tirando le corde C M, C L parallele rispet-

tivamente alle tangenti B E, D F: sarà la forza in B alla forza in D, come M C ad L C; essendo queste i seni degli angoli M N C, L N C (posta N C per seno totale) eguali a' suddetti E B I, F D K, come è facile a dimostrarsi.

Corollario II.

Se un pendolo N B (Fig. XXII.) descrive l'arco circolare B D C, le forze in qualunque punto B, D saranno come i seni B I, D K, che appunto uguagliano le corde C M, C L parallele alle tangenti B E, D F.

Corollario III.

Onde alzandosi perpendicolarmente su l'arco B D C qualunque seno B I, D K, la figura de' seni, che quindi ne nasce, sarà la scala delle forze del pendolo, che descrive il suddetto arco circolare B D C.

Corollario IV.

Ma descrivendosi da un pendolo l'arco cicloidale B D C (Fig. XXIII.), come negli orologi di Cristiano Ugenio, le forze in B, e D saranno, come gli spazj B C, D C da scorrersi fino al termine infimo C; imperocchè dove l'ordinate B I, D K se-

gano il semicircolo genitore in M, L, congiunte le corde C M, C L sono appunto parallele alle tangenti B E, D F, *come nel cap. 8. degli Ugeniani num. 7. ho dimostrato*; e gli archi cicloidali B C, D C sono dupli delle corrispondenti corde M C, L C, *per le cose dette nell'Epistola Geometrica soggiunta agli Ugeniani num. 17.* dunque essendo, *pel Coroll. 1. di questa*, la forza in B alla forza in D, come la corda M C alla L C, sarà ancora come l'arco B C all'arco D C.

Corollario V.

Sicchè alzandosi sull'arco B D C disteso in linea retta una linea in B uguale alla medesima B C, ed in D applicandosi una eguale alla D C, e così sempre, il triangolo, che ne risulta, è la scala delle forze nel moto del pendolo cicloidale; onde tutto ciò che si è detto *nel Coroll. 4. della prop. 3. nel Coroll. 2. e 3. della prop. 4. e 5.* delle gravità proporzionali alle distanze dal termine del moto, si può adattare alle vibrazioni cicloidali d'un pendolo.

23. Lascio molte altre particolarità, che si potrebbero quindi dedurre; e solamente in confermazione dell'ipotesi del Galileo, che i gradi di velocità acquistati da un grave cadente per qualunque linea dalla medesima altezza sieno eguali (il che

nella prima edizione fu da lui assunto come postulato, indi ne diede la dimostrazione, che fu comunicata dal Sig. Viviani a Monsù di Monconys l'anno 1646. come ne' *Viaggi di questo part.* 1. *pag.* 131. e da lui inserita *ivi pag.* 169. e poi stampata nell' edizione di Bologna dell' Opere del Galileo, criticata però, non si sa per qual ragione, e giudicata poco ferma da Cristiano Ugenio nel suo Orologio oscillatorio) vengo a dimostrare, che in qualunque supposizione di forze sempre la stessa velocità è acquistata da un grave, per qualunque linea si muova, quando si è accostato egualmente al centro della terra.

PROPOSIZIONE VII.

Cada un grave A (Fig. xxiv.), o per la retta A C, o per la curva A L M, ed abbia acquistato per la retta nel punto S la velocità S V, e per la curva nel punto M ugualmente alto, cioè in pari distanza dal centro C, la velocità M D; dico essere sempre S V, M D uguali, qualunque suppongasi la scala delle forze A G H O S.

Siano tirati concentrici al centro C li due archi circolari infinitamente prossimi E L, S M segato in N dal ramo C L. Le forze assolute A G, E H, S O, che spingono il mobile per la retta A C, si attemperano dalla curva A L M, che in

parte regge il mobile (o perchè sia un sodo piano curvilineo, sopra di cui scorra il mobile, o per essere il mobile medesimo sostenuto da un filo, obbligato col suo termine a descrivere detta linea, o per l'impeto trasversale impresso al mobile, da cui ha tal forza centrifuga, che lo trattiene per quella via curva, raffrenando l'azione della gravità) siano adunque le forze rispettive, che rimangono vive al mobile nella curva le A F, L I, M K, che s'intendano perpendicolarmente erette alla curva A L M, per avere nella superficie A F I K M la scala delle forze, che spingono il mobile per detta curva. È certo, *per le cose meccaniche*, essere la forza H E, da cui assolutamente è spinto il mobile per la E C, ovvero L C perpendicolare all' orizzonte, alla forza L I, da cui viene spinto secondo l'inclinazione della curva L M, come reciprocamente L M ad L N, ovvero E S; per la qual cosa il rettangolo I L M sarà uguale al rettangolo H E S; e ciò sempre; dunque la scala delle forze assolute A G H O S, uguaglia la scala delle forze rispettive F A M K; ma la prima scala alla seconda è come il quadrato della velocità S V acquistata per lo spazio A S, al quadrato della velocità M D acquistata per lo spazio della curva A M *per la proposiz.* 3.; adunque S V è uguale ad M D; il che si dovea dimostrare.

Corollario I.

Se l' ordinate P E, V S della scala della velocità del moto rettilineo A S, si applicano perpendicolarmente in L B, M D ne' punti L, M ugualmente alti dal centro C nella curva A L M, si ha la scala della velocità A B D M, che serve al moto per detta curva.

Corollario II.

Venendo spinto un mobile per la curva L M, con una velocità P E, quale si sarebbe acquistato cadendo dall' altezza A E, giunto che sia il mobile a qualunque punto M della curva, averà una velocità pari alla V S, che si sarebbe il mobile acquistato proseguendo il viaggio direttamente da E in S, o da L in N, ad un punto egualmente distante dal centro C.

Corollario III.

Similmente essendo un mobile spinto allo insù per la curva M L colla velocità M D uguale a quella, che si sarebbe acquistato il mobile cadendo dall' altezza A S, l'anderà diminuendo nel moto, in ma-

niera che in L sarà uguale a quella, che si sarebbe acquistato dalla sola altezza A E, e finalmente si annullerà, giunto che sia il mobile in A, cioè a quell'altezza, da cui cadendo si averebbe acquistato la primitiva velocità impressagli; imperocchè le forze S O, H E, G A nel moto rettilineo all'insù, e le forze M K, L I, A F nella salita curvilinea, imprimono al mobile gli stessi gradi di velocità contrarj alla sua direzione, e però ne' punti egualmente alti, la velocità impressa al mobile dal proiciente, verrà diminuita con eguali decrementi, che sono appunto gli stessi accrescimenti di velocità, che averebbe il mobile dalle medesime forze, quando scendesse all' ingiù.

Corollario IV.

Se il centro C de' gravi è in una immensa lontananza, le rette A C, L C diventano parallele, e gli archi E L, S M si stendono in rette orizzontali, come qui sulla superficie della terra sogliono considerarsi; e però i gravi per qualunque piano o per qualsivoglia curva cadano da uno stesso punto sublime sul medesimo orizzonte, vi acquistano lo stesso grado di velocità, che guadagnerebbero cadendo perpendicolarmente dalla medesima altezza: e questo grado di velocità, quan-

to si dirigesse nel mobile allo insù, potrebbe ricondurlo alla medesima altezza, da cui è disceso.

24 Qui però è da avvertirsi, che sebbene ciò si verifica del moto per un solo piano, o per una continua curva, o per una porzione di curva, congiunta alla sua tangente, o ad altra curva, che la tocchi: non così accade già passando il mobile per più piani variamente inclinati, o per più curve, che si seghino, o per una curva, ed una retta, che la tagli in qualunque maniera: come avvertì il Sig. Varignon *nelle Memorie dell' Accademia Regia di Parigi de' 22. Novembre* 1704. Il che si farà manifesto dalla seguente.

PROPOSIZIONE VIII.

Scenda un grave dalla quiete pel piano A C (Fig.xxv.) indi si rivolga sul piano C G. Dico, che in esso non vi entrerà colla velocità acquistata per la caduta A C, o per l'egualmente alta A E, ma con tal parte sola di essa, a cui stia la medesima, come il seno totale A C alla C B (determinata dal riscontro della perpendicolare A B sopra la G C continuata) seno di complemento dell' angolo A C B, con cui sono vicendevolmente inclinati i detti piani.

Si compisca il rettangolo A D C B. È certo appresso i Meccanici, che il moto

per A C si può intendere composto delli due collaterali per A D, e per A B; di-maniera chè, esprimendosi per A C la velocità acquistata per la caduta A C, equivalerà questa alla velocità A B per la direzione A B, ed alla velocità A D, ovvero B C per la direzione A D, o per la sua parallela B C G; ma passando il mobile sul piano C G, che lo sorregge secondo la perpendicolare B A, viene ad elidere l'effetto della velocità A B, impiegandola tutta in premere il detto piano C G; dunque gli rimane impressa solamente, e spedita ad esercitarsi per la direzione C G, la velocità A D, ovvero B C, con cui comincerà a scendere lungo il piano C G, accelerandosi poi, come richiede la natura di questo moto, ed acquistando i gradi conseguenti a quello, che abbiamo detto rimanergli impresso all'entrare, che fa sul nuovo piano. Dunque il grado di velocità acquistato nel fine del piano A C, sta a quello che gli resta impresso nel passaggio al piano contiguo C G, come A C a C B, cioè come il seno totale al seno di complemento dell'angolo A C B contenuto da ambi i piani; il che ec.

Corollario I.

Quanto più ottuso è l'angolo A C G contenuto da' piani A C, C G, e conseguentemente quanto più acuto è l'altro

A C B, tanto maggiore sarà la velocità B C, che rimane al mobile sul nuovo piano, e più si accosterà ad uguagliare la velocità A C, che aveva nel fine del primo piano; onde perchè nella continuazione d'una curva, o nel passaggio da una curva alla retta, o ad altra curva sua tangente, ò viceversa rivoltandosi il mobile dalla tangente alla curva, l'angolo A C G si fa ottusissimo, e l'altro A C B è infinitamente piccolo, per essere minore di qualunque angolo acuto rettilineo, *per la* 16. *del* 3. *degli Elementi*, ne segue che in questi casi non si diminuisce la velocità conceputa, passando il mobile per tali confini, ma se la mantiene intiera, anzi l'accelera, come cadendo nel perpendicolo, o per un piano continuato, sicchè ne' punti egualmente alti dall' orizzonte ha la stessa velocità.

Corollario II.

Tirando dal punto B la B H perpendicolare sopra il primo piano A C, il mobile sceso per li due piani A C, C G fino all' orizzonte G F, in vece di avere la velocità, che si sarebbe acquistato cadendo per la perpendicolare A F, o per lo piano continuo A C I, si troverà d'aver solamente quella, che è dovuta alla discesa H I; imperocchè, essendo B C media

proporzionale fra la C A, e la C H, sarà la velocità per la C A a quella per C H, come C A a C B; ma ancora la velocità guadagnata per la scesa A C a quella, che resta al mobile nell' ingresso del piano C G sta nella stessa proporzione di C A alla C B; dunque la velocità, che resta al mobile nel principio del piano C G, uguaglia quella che averebbe dopo la discesa C H; ed in ciascun punto della C G, e della C I ugualmente alto dall' orizzonte G F egualmente si accresce; dunque la velocità acquistata in G per li due piani congiunti A C, C G, uguaglia quella, che averebbe cadendo dall' altezza H I, e non dalla A I, o dalla A F; il che ec.

Corollario III.

Dovendo un mobile dopo la scesa del piano A C (Fig. XXVI.) rivolgere il moto pel piano orizzontale C G, anderà per esso equabilmente, ma con tale velocità, che stia all' acquistata nel punto C del piano A C, come B C seno dell' angolo C A B, che misura l' inclinazione di detto piano col perpendicolo, al seno totale A C, come convince la stessa dimostrazione addotta per la Proposizione principale.

Corollario IV.

E però cadendo perpendicolarmente sull'orizzonte per la A B, si smorzerà il suo moto (quando non ribalzi allo insù per forza elastica) annullandosi coll'angolo C A B il seno B C, e conseguentemente riducendosi in nulla quella velocità, che gli dovrebbe rimanere da esercitarsi nel piano orizzontale, che totalmente sostiene l'impressione del mobile: tanto più, che facendo la perpendicolare A B angolo retto con qualunque linea tirata per lo stesso punto B nell'orizzonte, non vi sarebbe maggior ragione, che andasse più per l'una, che per l'altra.

25 Tutto quello però, che dice il Galileo del moto per l'orizzonte preceduto da una caduta per la perpendicolare, o per un piano inclinato; e quanto asserisce del passaggio da un piano ad un altro, deve intendersi non assolutamente, ma *ex hypothesi*, che ritenesse il mobile nell'orizzonte, o nel nuovo piano inclinato tutta quella velocità, che si era acquistata colla caduta; e facendo conto della diminuzione di velocità, che secondo le cose sopra dimostrate debbe seguire, si dirà, per esempio, che cadendo un mobile dal piano A C, e volgendosi per l'orizzonte C G, in tempo eguale a quello della caduta, farà per l'orizzonte uno spazio

C G duplo non già di A C, ma della sola C B, che misura la velocità, di cui resta affetto; di più, che stando C G dupla di C B, si farà in minor tempo il viaggio per le due A C, C G, che per qualunque altra parte minore, o per qualsivoglia maggior porzione di detto piano, colla stessa orizzontale; e così discorrendo d' altre riflessioni, che si potrebbero fare.

26. Tra queste però non parmi di dovere omettere, che la *prop.* 36. del Galileo, in cui dimostra farsi in minor tempo la discesa d' un grave per due corde iscritte nel quadrante d' un cerchio, che per una sola, ed anco in più breve tempo passarsi tre corde, che due sole sottendenti lo stesso arco sotteso da quelle, e così di mano in mano, benchè in astratto si verifichi, fatta quell' ipotesi matematica del conservarsi nell' ingresso del susseguente piano la velocità acquistata nel fine dell' antecedente: non così però riesce vera in concreto, perchè di fatto fisicamente quella velocità si varia, e si diminuisce nella proporzione sopra dimostrata, il che trattiene il mobile più lungo tempo ne' susseguenti piani, onde assolutamente ricerca per lo più maggior tempo nell' andare da un termine all' altro per più linee rette inflesse a varj angoli, che per una sola retta stesa fra i medesimi estremi; in conseguenza di che, ancora quello che asserisce lo stesso Galileo nella Scrittura del

fiume Bisenzio, che più speditamente scorra l'acqua andando per più rivolte, che per un diritto canale, dee limitarsi a più condizioni e circostanze, non verificandosi tanto generalmente, quanto pare, che suonino l'espressioni del nostro Autore.

27 Molto meno si verifica (data ancora la sua ipotesi, che la velocità non dovesse nel passaggio da un piano all'altro scemare) che la via da spedirsi in un tempo brevissimo da un punto all'altro sia la circonferenza d'un cerchio; nè l'argumento del Galileo conclude altro, se non che il viaggio per l'arco del cerchio sia fatto in tempo più breve, che per la somma de' lati d'un poligono iscrittovi, stante la solita sua supposizione; e collo stesso metodo averebbe potuto provare, essere più breve il tempo per un arco di parabola, o d'iperbola descritta per gli stessi termini, in paragone de' lati, che alla medesima curva fussero iscritti. Ma questo non è un essere assolutamente speditissimo il viaggio da un punto all'altro, in relazione di qualsivoglia via rettilinea, o curvilinea, che scegliere si potesse; per la qual cosa fu sommamente da commendarsi il Problema proposto da Giovanni Bernulli celebre matematico del secolo scorso, e da lui, siccome ancora separatamente dal Sig. Leibnizio, felicemente sciolto negli Atti di Lipsia del 1696. dimostrando nella maniera loro, che la curva cicloida-

le è quella, per cui in brevissimo tempo si porterebbe un grave da un punto ad un altro più basso, non posto nella stessa linea perpendicolare all'orizzonte; il che ancora da noi, senza intrigo di calcoli, sarà geometricamente dimostrato, dopo di avere sopita certa difficultà, che ora mi sovviene potersi opporre al *Coroll.* I. *della precedente proposizione.*

28 Si è detto ivi, che se la scesa del grave si faccia per una curva continuata A C G, (Fig. XXVII.) o per due curve, le quali in C si tocchino, o per una retta, e una curva congiunte insieme nell'angolo del contatto A C B, che è infinitamente piccolo, non debba succedere veruna diminuzione di velocità, quale si dimostra succedere nel passaggio da un piano all'altro inclinati a qualsivoglia angolo rettilineo. A ciò potrebbe taluno replicare, che dall'essere minore il decremento della velocità, secondo che l'angolo A C B è acuto, ne segue bensì l'essere infinitamente piccolo, e per conseguenza insensibile e da non considerarsi un tale decrescimento nel passaggio da B C in C G, mercè l'infinita piccolezza dell'angolo del contatto A C B; ma ciò non serve a provare, che in tutta la scesa per una curva continua non patiscano sensibile alterazione que' gradi di velocità, che ne' punti egualmente alti del perpendicolo si dovevano acquistare dal mobile; imperocchè variandosi in ciascuno

degl' infiniti punti d' una curva, la sua pendenza, benchè in ciascuno la diminuzione di velocità sia infinitamente piccola, in capo a un tratto sensibile di essa curva si saranno fatte infinite diminuzioni minime di velocità, che ne renderanno il defalco notabile: essendo manifesto, che una parte infinitesima, infinite volte moltiplicata, diventa una grandezza finita, e comparabile coll' altre ordinarie.

29 La risposta alla quale istanza dipende dal dimostrare, che la diminuzione di velocità cagionata per l' angolo del contatto A C B non solo è infinitamente piccola, ma è infinite volte infinitamente piccola, cioè un infinitesimo del secondo ordine, e non del primo, ed appartiene al genere delle seconde differenze, non delle prime. Tirisi dal punto A quanto si voglia prossimo al punto del contatto C, la solita perpendicolare A B sopra la G C, e sopra la sua tangente prolungata verso B per la piccola porzione C B, e dal centro C descritto l' archetto B H, che è la perpendicolare dal punto B in H, o almeno vi passa sopra, sicchè la A H differenza del seno totale A C dal seno di complemento C B dell' angolo A C B, è uguale, o è piuttosto minore del seno verso del medesimo angolo. Essendo dunque *per la prop.* 8 *del* 6 *degli Elem.* C A ad A B, come A B ad A H seno verso dell'angolo A C B: e per la piccolezza infinita

del detto angolo minore d' ogni acuto rettilineo, essendo il suo seno retto A B infinitamente piccolo, il seno verso A H sarà poi infinitamente più piccolo del medesimo seno retto A B; e però sarà un infinitesimo del secondo genere in riguardo di A C, il quale multiplicato infinite volte non giunge a fare una finita grandezza, ma solamente un infinitamente piccolo del genere di A B; che però la differenza A H della velocità acquistata A C da quella B C, che gli resta viva nell' ingresso, che fa il mobile sul piano C G, è infinite volte infinitamente piccola rispetto alla velocità finita da esercitarsi, e di sì poco la diminuisce, che tali decrementi moltiplicati ancora infinitamente in ciascun punto della curva, non giungono ad aggregare un decremento sensibile di velocità; onde sebbene non è da ammettersi in pratica ciò, che nel suddetto discorso sopra Bisenzio asserisce il Galileo circa le svolte de' fiumi, che passando l' acqua da un canale in un altro meno inclinato, non debba raffrenarsi la velocità conceputa, quando si tratti di canali inclinati a qualche angolo rettilineo e sensibile: è però vero in tutto rigore l' asserto del medesimo Galileo trattandosi d' un fondo curvilineo, ed è molto giudizioso l' avvertimento, che ivi dà di compartire la pendenza de' fiumi secondo una curva concava più inclinata sull' orizzonte verso il suo termi-

ne, che nelle parti superiori, anzi che verso il fine diventerebbe quasi orizzontale: come in fatti suol praticare la Natura nel condurre l'acque al loro termine, ed a tale effetto sarebbe molto a proposito la curva della Cicloide, come già prima di ogni altro avvisai *nelle mie Riflessioni su la controversia del Molino nell'Era al num.* 6. nè credo che sia diversa da un intera Cicloide la figura, che il Sig. Domenico Corradi Matematico del Serenissimo di Modena disse *in una sua Scrittura sopra il Reno, inserita nella Visita di Monsig. Illustriss. Riviera a carte* 173 *e seguenti*, conveniente alle botti sotterranee, perchè siano premute col minimo carico dell'acque, che debbono scorrere per esse botti; mercechè vi si fermerà sopra l'acqua il minor tempo, che sia possibile, facendo per la Cicloide il viaggio più speditamente, che per altra curva, che abbia i medesimi termini; come, ben ricordevole della promessa fatta di sopra, or ora mi accingo a dimostrare.

30 Conviene però premettere a modo di Lemma, la soluzione del seguente Problema, il quale in parte fu già dimostrato dal Sig. Cristiano Ugenio nel suo trattato del Lume, servendosene a dimostrare la ragione delle refrazioni della luce qualora passa da un mezzo in un altro di densità diversa, come sarebbe dall'aria nel cristallo, o dal vetro nell'acqua, ec. ma qui

da me viene steso questo Problema all' attraversamento di più, e diversi mezzi, come appresso vedremo.

PROPOSIZIONE IX.

Debba un mobile portarsi da A in B (Fig. XXVIII.) più speditamente che sia possibile, andando dal punto A verso la linea C G colla velocità F C, e nello spazio interposto fra le due parallele C G, D H, colla velocità Z, e nello spazio intercetto fra le parallele D H, E X colla velocità Y, e quindi fino in B colla velocità B X, si cerca per quale strada doverà andare.

Si dispongano le rette A C, C D, D E, E B, talmente che i seni de' loro angoli colle perpendicolari tirate sopra le date parallele, quali sono A C F, C D G, D E H, E B X, siano per ordine, come le velocità F C, Z, Y, B X. Dico, che per la strada A C D E B verrà il mobile da A in B in minor tempo, che per qualsivoglia altra strada A I K L B, ritenute nei siti suddetti le stesse velocità.

Si conduca I M perpendicolare sopra A C, K N sopra C D, L O sopra D E, e fatti gli angoli retti B E T, E D R, D C P, si tirino I P parallela a C D, K R a D O, ed L T ad E B. Essendo adunque l' angolo C I M uguale ad A C F, ed I C P a C D G, e questo a D K N,

e K D R a D E H, il quale uguaglia E L O, siccome L E T ad E B X (mentre ciascuno degli angoli, che si paragonano, compisce con un medesimo angolo la quantità d' un retto, come è manifesto a chi attentamente considera nella figura la sua costruzione) sarà la velocità F C alla Z, come M C ad I P, che sono i seni degli angoli C I M, I C P; e però si farà nello stesso tempo M C colla velocità F C, ed I P colla velocità Z. Similmente, e per la medesima ragione, si farà nello stesso tempo N D colla velocità Z, e K R colla velocità Y; ed altresì O E colla velocità Y si spedirà nello stesso tempo, che L T colla velocità B X; ma A I è maggiore di A M, I Q maggiore di I P, e Q K maggiore di C N, siccome K S è maggiore di K R, ed S L di D O, ed L V di L T, ed V B di E B; dunque si farà in più lungo tempo la strada A I K L B, che l' altra A C D E B colle prescritte velocità; il che ec.

Si avverta, che sebbene in vigore della costruzione pare che si dimostri più breve il tempo, per la via A C D E B solo in paragone d' un' altra A I K L B, che più si accosti alla perpendicolare tirata dal primo punto A su la retta C G: ad ogni modo convince ancora in paragone d' altra via, che si descrivesse al di là di A C, scostandosi più da detta perpendicolare, attendendo, che se è più breve il tempo

del viaggio da A in B per la strada A C D E B, che per la A I K B, sarà vice-versa, ritornando indietro da B verso A, più breve il tempo del viaggio B E D C A che dell' altro B L K I A, la strada del quale si scosta più dell' altra dalla perpendicolare tirata da B sopra E X; onde resta la proposizione generalmente dimostrata.

Corollario I.

Quindi è manifesto, che la via da spedirsi in più breve tempo andando da un punto a un altro, non è la retta, se non quando si ha da mantenere in tutto il viaggio la medesima velocità; onde se si hanno da attraversare diversi mezzi, che diversamente resistano al moto; come dovendo attraversare varj campi, altri nudi, altri vestiti d' erbe, altri imbarazzati da spighe, e passare varie strade ingombrate da un flusso e riflusso di popolo, non sarebbe buon consiglio l' andare verso il termine destinato per via retta; ma sarà meglio fare tali gomiti, e svolte, che i seni degli angoli delle loro inclinazioni siano come le facilità, che si hanno ad attraversare que' varj mezzi; come pratica ancora la Natura nelle Rifrazioni. Come se un oggetto posto in A doverà mandare un raggio, che lo renda visibile all'occhio

posto in B, per varj mezzi A G, C H, D X, E B, tutti diafani, ma di varia rarità, sicchè abbia in essi più facile il passaggio di mano in mano, nella stessa misura, in cui crescono i seni degli angoli A C F, C D G, D E H, E B X: di fatto la via del raggio trasmesso sarà il flessilineo A C D E B, e non una retta immediatamente tirata dal punto A al punto B.

Corollario II.

Cadendo ancora un grave dalla quiete, se non discende per una linea perpendicolare all' orizzonte, non verrà in un tempo brevissimo da un punto all' altro, cadendo per una linea retta, anzi nè meno per più rette inclinate a varj angoli, ma dee scendere per una curva, in cui i seni dell' inclinazioni, che hanno varie parti di essa curva col perpendicolo, siano come le velocità concepute nel cadere fino a' punti di quella curva.

PROPOSIZIONE X.

Scendendo un mobile per l' arco di una cicloide A B C (Fig. XXIII.) anderà dal punto A al punto C, o a qualsivoglia degl' intermedj B, D, in minor tempo,

che: se vi andasse per qualunque altra strada.

Imperocchè, come si è detto *nel Coroll.* 4 *prop.* 6 le tangenti B E, D F sono parallele alle corde corrispondenti nel cerchio genitore M C, L C; e però sono inclinate le porzioni di questa curva col perpendicolo, nel punto B all' angolo M C N, e nel punto D all' angolo L C N; ma le velocità ne' punti B, D dopo la caduta dal punto A sono le stesse, che nei punti I, K dopo la caduta dal punto N, *per la prop.* 7 cioè in suddduplicata ragione delle scorse altezze N I, N K, come sopra col Galileo si è dimostrato; che è quanto dire, come le rette M N, L N, che sono appunto i seni de' suddetti angoli M C N, L C N. Dunque *per l'ultimo Coroll. della precedente* la via cicloidale A B D C si fa in un brevissimo tempo dal punto A all' estremo C, o a qualsvoglia degl' intermedii B, D; il che era da dimostrarsi.

Corollario I.

Ancora da B in C caderebbe il grave in un brevissimo tempo l'arco B C, quando si supponesse nel punto B già affetto di quella velocità, che può acquistarsi cadendo per l' altezza A B, ovvero N I; ma se cominciasse a cadere dalla quiete in B,

non basterebbe, per andare verso C in un brevissimo tempo, il mandarlo per l'arco B C, ma bisognerebbe descrivere tale Cicloide, che principiando per B passasse per C; il che come si faccia, viene insegnato dal Sig. Giovanni Bernulli *negli Atti di Lipsia del* 1696 descrivendo qualsivoglia Cicloide su la base B I, principiante dal punto B, e segandola con una retta, che congiungesse i punti B C: perchè allora, come l'intercetta dal perimetro di detta Cicloide sta alla B C, così il diametro del cerchio suo genitore starebbe al diametro del cerchio generante la Cicloide ricercata, che principiando da B passerebbe per C.

Corollario II.

A volere, che la scesa da A in C (Fig. XXIX.) si facesse in un brevissimo tempo, come conghietturava il Galileo, per l'arco del quadrante circolare A B D C, bisognerebbe, che le altezze F B, E D, che sono i seni degli angoli B H F, D H E, cioè delli G B F, E D B fatti dalla curva col perpendicolo, fussero come le velocità concepute nel cadere dalle medesime altezze; e conseguentemente, *per la prop.* 7 converrebbe, che un grave cadendo dall'altezze H I, H K, avesse le velocità proporzionali agli spazj scorsi; il che dallo stesso Galileo si reputa impossi-

bile, e da noi si è dimostrato *nel Coroll.* 7 *della prop.* 4 che a principiare il moto in tale ipotesi vi si richiederebbe un tempo infinito.

31 Prima di tralasciare la contemplazione della Cicloide, stimo ben fatto in questo luogo dimostrare, come le vibrazioni de' pendoli fatte in archi cicloidali maggiori o minori, sono veramente equidiuturne: ciò che non accade alle vibrazioni circolari, se non fatte in archi minimi, in quanto esse poco si scostano dall'arco della Cicloide, di cui quel cerchio è combaciante, o come dicono, *osculatore*. Sia pertanto

PROPOSIZIONE XI.

Quando le forze in A, e in B sono proporzionali agli spazj A T, B T da scorrersi sino al termine del moto T, essi spazj da un mobile, che si parte dalla quiete in A, ovvero in B, si passeranno in tempi uguali.

Descritto il quadrante di cerchio A C Z T (Fig. xxx.) che sarebbe la scala delle velocità del moto per A T, *per lo Coroll.* 4 *della prop.* 3 si descriva l'altro quadrante concentrico B D X, che sarà altresì la scala delle velocità del moto per B T; perchè tirato il raggio T D C infinitamente prossimo all'altro T B A, e ti-

rati i seni D G, S C, saranno gli spazj A S, B G infinitamente piccioli, e proporzionali alle forze A T, B T, ovvero T S, T G; onde essendo le medesime sunnormali alle figure A C Z, B D X, ne segue, che ancora B D X T è la scala delle velocità del moto per B T (*per lo Coroll.* 1 *della prop.* 3) e però, che ancora le velocità S C, D G sono come gli spazj A S, B G, i quali però saranno passati in egual tempo *per le cose dette al num.* 9. Così qualunque parte proporzionale di A T sarà scorsa in egual tempo, che una simil parte proporzionale similmente posta in B T, partendosi il mobile dalla quiete in B; e pertanto in egual tempo si passeranno le A T, B T; il che ec.

Altrimenti. Essendo le sunnormali dei quadranti A C Z, B D X proporzionali alle forze, saranno essi le scale di velocità d'ambi i moti per A T, e per B T rispettivamente; sicchè rappresentando T Z la velocità acquistata nel fine del viaggio A T, si esprimerà dalla T X la velocità acquistata nella discesa B T; e perchè *per lo Coroll.* 3 *della prop.* 5 il viaggio A T, fatto in questa ipotesi acceleratamente dalla quiete, sta allo spazio, che si farebbe nello stesso tempo della caduta equabilmente coll' ultimo grado di velocità T Z, come il raggio ad un quarto di periferia circolare; dunque nel tempo della caduta A T, si

farebbe equabilmente colla velocità T Z l'arco del quadrante A C Z; similmente nel tempo della caduta B T, si passerebbe equabilmente colla velocità T X il quadrante B D X, ma essendo gli spazj A C Z, B D X proporzionali alle velocità T Z, T X, si farebbe l'uno e l'altro spazio equabilmente in tempo eguale; dunque altresì uguale è il tempo della caduta A T a quello della caduta B T; il che ec.

Corollario I.

Quindi si ha, che in detta ipotesi il tempo con cui un projetto tirato dal punto A colla velocità T Z, che pareggiasse la sua gravità in A, e con direzione perpendicolare al raggio T A, descriverebbe l'intera circonferenza, è quadruplo del tempo, che si impiegherebbe discendendo per lo raggio A T: ed uguaglia il tempo di qualsivoglia altra rivoluzione, che farebbe un altro mobile spinto dal punto B perpendicolarmente al raggio B T, con velocità abile a pareggiare ed equilibrare la gravità in B, quale sarebbe la velocità T X: imperocchè, sebbene, come dimostra Cristiano Ugenio *nel Teorema* 5. *De vi centrifuga*, nell' ipotesi della gravità costante, il mobile cadendo dalla metà del semidiametro acquista una velocità, con cui girando circolarmente ha la forza cen-

trifuga uguale alla gravità; nella ipotesi però della forza centripeta proporzionale alle distanze dal centro, solamente cadendo dall' altezza del semidiametro acquisterebbe la velocità equivalente alla gravità sua.

Corollario II.

Nella suddetta ipotesi qualunque grave da qualsivoglia distanza partendosi, giugnerebbe nello stesso tempo al centro della terra; compensandosi la somma lontananza con una somma velocità, e la minima distanza con una incredibile tardità; come nella comune ipotesi della gravità costante, e delle direzioni sue parallele accade, che i gravi scendono nello stesso tempo per qualunque corda grande o piccola, inclinata all' infimo punto d' un mezzo cerchio

Corollario III.

Anzi essendo il centro della terra C (Fig. XXXI.) ed un piano inclinato A B, sopra di cui sia C B perpendicolare, in egual tempo scenderà un grave per tutta la A C, che per la A B fino al suo infimo punto B; e nello stesso tempo si farebbe la A B dalla quiete in A, che la F

B dalla quiete in F: perchè tirate due rette C F, C G infinitamente prossime, e dal centro C descritti gli archi F E, G H D: sarà H F ad F G, come F B ad F C, per esser simili i triangoli rettangoli F H G, F C B; ma la forza nel piano F G alla forza nella F H, o nella E D, sta come F B ad F C, ovvero a C E; e ciò sempre accade; dunque se le forze ne'punti E, D della verticale A C sono come le distanze E C, D C; le forze ne' punti F, G del piano inclinato sono come le F B, G B; onde in egual tempo dalla quiete si faranno E C, F B, D C, G B; e qualunque parte della A C si farà in egual tempo, che una parte simile della A B; dimanierachè, tirata I G parallela a C B, si faranno altresì in egual tempo le A I, A G, appunto come dimostra il Galileo dover succedere nella comune ipotesi della gravità, e supposte le direzioni de' gravi parallele, che il diametro d' un semicircolo verticale, e qualunque sua corda (come A I, A G) si scorrono in tempo eguale.

PROPOSIZIONE XII.

Nella stessa comune ipotesi della gravità costante, e supposte le direzioni dei gravi parallele, movendosi un grave per la Cicloide A B D C (Fig. XXXII.) farà

nello stesso tempo tutta la curva A B D C, principiando dalla quiete in A, che qualsivoglia sua porzione B D C, principiando dalla quiete in B.

Perchè essendo le tangenti della cicloide ne' punti A, B, D parallele ad N C, M C, L C corde del semicircolo, come *nel cap.* 8 *degli Ugeniani num.* 7 ho dimostrato, sarà la forza della gravità relativa ne' punti A B, D, come le stesse N C, M C, L C, (a cagione dell'essere N C ad M C per esempio, come la stessa M C a C I, cioè come la forza nel perpendicolo N C alla forza sul piano inclinato M C) ma la curva A B C è dupla di N C, e la B C dupla di M C, e la D C dupla di L C, *per le cose dette nella Epistola Geometrica soggiunta agli Ugeniani num.* 17; dunque le forze in A, B, D sono per ordine, come gli spazj curvilinei A B C, B C, D C, da scorrersi fino al termine C infimo della cicloide; onde i detti spazj, *per la prop. antecedente*, si passeranno in tempo eguale; il che era da dimostrarsi.

Corollario.

Perchè dunque Cristiano Ugenio dimostra, che nello svolgersi la cicloide descrive una curva simile, ed eguale a se

stessa, posta inversamente; se il supremo capo del filo, a cui è sospeso un pendolo, sarà ristretto fra due cicloidi, che obblighino il suo termine inferiore a descrivere le vibrazioni per arco cicloidale, saranno queste equidiuturne, tanto facendosi un arco maggiore, che per un altro minore; laddove il pendolo ordinario, che descrive l'arco circolare, solamente facendo vibrazioni minime, le farà in tempo sensibilmente eguale, in quanto quegli archi imitano la curvatura d'una cicloide descritta sull'asse sudduplo della lunghezza di esso pendolo, che è il raggio del cerchio, da cui è combaciata la medesima cicloide; o pure in quanto quegli archi minimi si possono prendere per le corde iscrittevi dall'infimo punto del cerchio, per le quali corde già dimostrò il Galileo farsi la discesa de' gravi nel medesimo tempo.

32 Voleva qui dire qualche cosa della celebre ed ingegnosa opposizione fatta dal P. Gio. Francesco Vanni alla Proposizione Meccanica del Galileo, da lui supposta in questo Trattato, e da noi altresì ne' precedenti paragrafi accennata, che il momento della gravità in un piano inclinato stia al momento nel perpendicolo, come reciprocamente il perpendicolo alla lunghezza di esso piano. Ma essendo stato quest' Autore da tant' altri valentuomini confutato (sebbene da taluno con mezzi poco

sussistenti, e con erronei principj fecondi d'altri assurdi gravissimi) non stimo opportuno il diffondermi sopra di ciò, rimettendomi alla mia *Epistola Matematica de momento Gravium etc.* dove la proposizione del Galileo è fondatamente dimostrata, e confutato il Porzio ed il Giordano, autori che vanamente hanno preteso di riformarla in maniere diverse da quella, che propose già il P. Vanni, perchè la via della verità essendo una sola, chi la smarrisce una volta e l'abbandona, si trova disperso in mill' altre strade fallaci, che conducono all'errore, e tra queste non sa discernere, quale sia quella, cui debba attenersi; onde perde il tempo e la fatica, vagando inutilmente, senza sapere dove possa sicuramente far capo.

33 Similmente tralascio di rispondere ad alcuni, che pare vogliano redarguire d'incoerenza nelle sue opinioni il Galileo, perchè supponga qui la forza della gravità costante, il che è incompossibile coll' ipotesi Pitagorica del moto della Terra, di cui si mostrò il nostro Autore così appassionato partigiano; imperocchè, come mostrano il Sig. Varignon *nelle memorie dell' Accademia Regia del* 1707 ed il Sig. Ermanno *negli Atti di Lipsia* 1707 la diurna vertigine deve imprimere tali forze centrifughe in varie altezze di valore diverso, che attemperino diversamente, e raffrenino dove più, dove meno lo sforzo della

gravità, onde se questa era costante, supposta la quiete del globo terraqueo, deve riuscire poi variabile, facendola girare d'intorno al proprio asse. Ma, come gli stessi autori confessano, nelle distanze, in cui si può da noi sperimentare l'azione della gravità, rispetto alla gran distanza dal centro della terra, non può esservi gran differenza di forza centrifuga, e però cessa ogni cagione di sospettare, che si renda disuguale l' azione della gravità, perchè rimarrà da per tutto egualmente diminuita, onde resterà di costante ed invariabile quantità. Oltredichè se si volesse, che in tutto rigore rimanesse l'azione della gravità costante, benchè defalcata dalla varia impressione della forza centrifuga, che può avere in varie distanze, basta supporre, che la detta forza della gravità fusse primitivamente varia in quella proporzione; ed a quella misura che bisogna, per fare, che detrattane la contraria azione della forza centrifuga, il resto rimanga della medesima quantità.

34 Prima di dar fine a queste note mi pare d'aggiungere un'altra proposizione, benchè attenente piuttosto al moto dei projetti, la quale servirà per illustrare ed amplificare la proposizione 7 del Dialogo quarto, rendendone l'uso più generale con molto vantaggio della Pratica, a cui può in infiniti casi servire.

PROPOSIZIONE XIII.

Dovendosi mandare un projetto dal luogo A (Fig. xxxiii.) nel sito G, benchè non posto nel medesimo orizzonte, ma sopra o sotto di esso, con tale velocità, quale si acquisterebbe un grave cadendo dalla sublimità S A: si cerca la direzione del tiro.

Congiunta A G; e prolungata la verticale S A al di sotto verso F, si faccia sopra la S A una porzione di cerchio capace dell'angolo G A F, e posta A H uguale ad un quarto della A G, si alzi la verticale H M. Se questa non concorre colla porzione circolare A M S, non sarà sufficiente la data velocità a condurre il projetto da A in G, ma vi vorrà velocità maggiore; ma se concorre con essa in uno o due punti M, m, si congiunga A M; questa sarà la direzione, con cui facendo il tiro, anderà il projetto a ferire nel destinato scopo G.

Perchè divisa A G (Fig. xxxiv.) per mezzo in I, e per M condotta N M C parallela ad A G, e tirata la verticale I C, che concorre colla direzione A M in K, e congiunta C H B, che sarà parallela ad A M, perchè essendo A H uguale ad H I, sarà A M uguale ad M K, e K C a C I, cioè ad M H, a cui è ancora parallela, e però M K, C H sono parallele, e tirisi ancora alla stessa direzione A M parallela

G F, e finalmente congiungasi S M; sarà dunque l'angolo S M A nella porzione uguale all'angolo G A F, ovvero M N A; dunque essendo ancora l'angolo M A N comune, saranno simili i triangoli S M A, N M A; e però la proporzione di S A ad A M sarà la medesima, che di A M ad A N, ovvero ad A B, che gli è uguale, siccome N M uguaglia la M C; onde il rettangolo S A B uguaglierà il quadrato della A M, o pure della B H; e presi i quadrupli, sarà il rettangolo di A B nella quadrupla di S A, uguale al quadrato della B C; dunque il punto C è in una parabola descritta colla direzione A M, e colla data velocità predotta dalla caduta della sublimità S A, che è sempre la quarta parte del lato retto appartenente al diametro A B; ma essendo G A quadrupla di A H, ancora G F è quadrupla di B H, di cui è dupla la B C; onde il quadrato F G è quadruplo del quadrato B C, come F A è quadrupla di A B; dunque ancora il punto G è nella stessa parabola descritta come sopra per li punti A, C; e però fatto il tiro colla data velocità secondo la direzione A M, anderà il projetto a batter nel punto G; il che ec.

Corollario I.

È manifesto, che la N C è tangente della parabola, essendo A B uguale ad A N.

Corollario II.

Se la retta H M sega l' arco A M S in due punti M, m, si potrà fare il tiro per qualunque delle due parabole A C G, A C G, l' una superiore, l'altra inferiore, essendo l' angolo G A M (fatto dalla tangente, e dalla segante) uguale all' angolo A S M (nella porzione alterna) ovvero all' angolo S A m (che corrisponde all'arco S m uguale ad A M) onde ambe le direzioni A M, A m sono egualmente inclinate, quella col piano A G, questa colla verticale A S.

Corollario III.

Ma se H M (Fig. xxxv.) tocca nel punto M l' arco A M S, che sarà il suo punto di mezzo, sarà possibile una sola parabola, e questa manderà il tiro sul piano A G più lontano che sia possibile: perchè l' ordinata M N riesce la massima di tutte, e di questa è quadrupla la A G:

dimanierachè il più ampio tiro, che possa farsi sul piano A G, è quello, in cui la direzione A M sega per mezzo l'angolo S A G, contenuto dal detto piano e dalla verticale; e quanto più una direzione si accosterà al punto di mezzo dell'arco A M S, manderà più lungi il projetto, che quando più se ne dilungherà. Appunto come riesce tirando sul piano orizzontale (che fa angolo retto colla verticale) che inclinando la direzione alla metà di detto angolo, cioè a 45 gradi, si manda il tiro più lontano che sia possibile.

Corollario IV.

Viceversa, per mandare un projetto dal punto A allo scopo G posto sul piano A G, volendo impiegarvi la minima quantità possibile di forza o di polvere o di velocità, basta fare il tiro colla direzione, che seghi per mezzo l'angolo contenuto dal detto piano e dalla verticale, cercando susseguentemente quale quantità d'impeto gli convenga.

E tanto basti di aver detto per illustrare queste dottrine, avendomi impedito di stendere moltissime altre speculazioni, che aveva in pronto in questo proposito, l'essere occupato in affari di tutt'altra ispezione, che dagli studj di questa sorta continuamente distratto mi tengono.

APPENDICE

35. *In conseguenza di quanto si è di sopra dimostrato nel Coroll. 3. della Prop. VIII. si può risolvere il Problema seguente.*

PROPOSIZIONE XIV.

Scenda un grave pel piano A D, (Fig. XXXVI.) e quindi si volga per l'orizzontale D B verso B. Si cerca qual proporzione abbia il moto per le due A D, D B, in qualsivoglia posizione della A D, al tempo per la sola A B.

Divisa per mezzo la perpendicolare A E in F, e l'orizzontale E B in R, si tirino F C P, R C Q parallele alle E B, E A; e per B, fra gli asintoti G P, C R,

sia descritta l'iperbola di Apollonio B H, con cui concorra la A D continuata in H. Dico che il tempo per le due A D, D B, al tempo per la sola A B starà come A H ad A B.

Imperocchè, posto che il tempo per A B sia espresso dalla A B, il tempo per A D sarà misurato dalla A D; e questo stesso servirebbe a scorrere nell'orizzonte con moto equabile il duplo di A D, se dovesse mantenersi in esso la velocità A D conceputa nel fine di detto piano; ma restandogli viva (*per lo Coroll.* 3 *della prop.* 8.) la sola velocità E D, passerà con essa il mobile nell'orizzonte il duplo di essa E D nel medesimo tempo A D, e tirata H S perpendicolare a D B, passerà nel tempo D H, colla detta velocità E D, il duplo della D S, cioè la D B: perchè tirata H G parallela a B E, che sega la C R in K, e congiunta la B H, che concorre colle A Q, F C, A E, Q R, in N, M, I, L, sarà O N dupla di P M, cioè di K H (per essere B M uguale ad H I secondo Apollonio, e conseguentemente P M uguale a K H) e la A O è dupla di A Q, o di G K; dunque tutta la A N è dupla della G H; e però N L è divisa per mezzo in H; onde H è il centro del semicircolo descritto sul diametro N L, che passerebbe per l'angolo retto N A L; sicchè H A uguaglia H N, e però ancora H B uguaglia H D, onde la

H S essendo perpendicolare alla base del triangolo isoscele D H B, taglierà essa base B D per mezzo in S; dunque essendo il tempo per D B misurato dalla D H, sarà il tempo per le due A D, D B misurato dall'intera A H, mentre il tempo per la sola A B si esprimeva dalla medesima A B; sta dunque il tempo per A D, D B al tempo per A B, come A H ad A B; il che ec.

Corollario I.

Se col centro A, e col raggio A B si descrivesse un arco di cerchio, che tagliasse l'iperbola in H, congiunta A H segante l'orizzontale E B in D, sarebbe il tempo per le due A D, D B uguale al tempo per la sola A B, riuscendo allora A H uguale alla A B.

Corollario II.

Ma se il cerchio descritto col raggio A B toccasse l'iperbola in B, sarebbe A B la minima linea, che condurre si potesse dal punto A al perimetro della iperbola, cioè appunto il suo asse; ed il tempo per A B sarebbe minore, che il tempo per qualunque inclinata A D, coll' orizzontale D B; siccome se A H fusse la minima linea, che si potesse condurre dal punto A sul perimetro della iperbola (come può accadere quando l'orizzontale E B non passa

pel vertice principale, o termine dell' asse della sezione) allora il tempo più breve per andare da A in B sarebbe quando il mobile vi arrivasse per le due A D, D B.

36 Il modo poi da determinare questa minima A H, dipende da un Problema solido, sciolto dal Sig. Viviani *de Maximis et Minimis lib. 2. prop. 22. nell' ultimo caso*, e da me si scioglie nella seguente maniera.

PROPOSIZIONE XV.

Se dal punto A (Fig. XXXVII.) al punto B debba portarsi un grave in brevissimo tempo, parte per una inclinata A D, parte per l' orizzontale D B: trovare il sito di quella inclinata.

Se fusse il perpendicolo A E uguale all' orizzontale E B, la stessa A B si farebbe in brevissimo tempo, nè accaderebbe cercare altra inclinata A D, che coll' orizzontale D B si potesse in minor tempo passare: come *per la costruzione della precedente, e per lo Coroll. 2.* di essa si fa manifesto.

Molto meno si potrebbe trovare il minimo tempo per una inclinata, e per l' orizzontale, se fusse A E maggiore di E B.

Sia dunque A E minore di E B, e pongasi E D la prima di due medie proporzionali fra le stesse A E, E B, e congiungasi A D. Sarà il viaggio per A D,

e per D B fatto in brevissimo tempo; perchè supposta essere B H l'iperbola descritta secondo la costruzione della precedente, con cui concorra la retta A D in H, e tirata la sua tangente Q H V, che convenga cogli asintoti in V, Q, e tirata H T parallela a C Q, cioè perpendicolare all'altro asintoto C V, segato dalla A D in X. Già B E è dupla di B R (*per la costruzione della precedente*) e B D dupla di B S (*come ivi pure si è dimostrato*) dunque la residua D E è dupla della rimanente R S: ma ancora D E è dupla di F X; questa dunque uguaglia la R S, ovvero la C T; sicchè X T uguaglierà la F C, cioè la metà di B E, come la T V uguaglia la C T, ovvero la R S, cioè la metà di D E; però X T a T V sta come B E ad E D, ovvero come il quadrato E D al quadrato E A (per essere E D la prima delle due medie tra B E, E A) *o per la similitudine de' triangoli*, come il quadrato X T al quadrato T H; onde X T, T H, T V sono continuamente proporzionali; e però l'angolo A H V è retto: sicchè A H è la minima di quelle, che dal punto A si possono condurre su la tangente Q V, e su la curva iperbolica B H; onde *per l'antecedente* essendo A H misura del tempo per le A D, D B; sarà il tempo per esse il minimo; ciò che dovevasi dimostrare.

LETTERA

DI GALILEO GALILEI

A . . . .

Nella quale si tratta del moto naturalmente accelerato.

Padova 16. *Ottobre* 1604.

Reverendissimo Padre e Sig. mio Colendiss.

Ripensando circa le cose del Moto, nelle quali per dimostrare gli accidenti da me osservati, mi mancava principio totalmente indubitabile da poter porlo per assioma, mi son ridotto ad una proposizione, la quale ha molto del naturale e dell' evidente, e questa supposta, dimostro poi il resto; cioè gli spazj passati dal moto naturale essere in proporzione doppia dei tempi, e per conseguenza gli spazj passati in tempi eguali essere come i numeri impari ab unitate, e le altre cose. Ed il principio è questo, che il mobile naturale vada crescendo di velocità, con quella proporzione, che si discosta dal principio del suo moto; come v. g. cadendo il grave dal termine A per la linea A B C D (Fig. XXXVIII),

suppongo il grado di velocità, che ha in C, al grado di velocità, che ebbe in B, esser come la distanza di C A alla distanza B A, e così conseguentemente in D aver grado di velocità maggiore che in C, secondo che la distanza D A è maggiore della C A.

Averò caro, che V. Sig. Molto Reverenda lo consideri un poco, e me ne dica il suo parere. E se accettiamo questo principio, non pur dimostriamo, come ho detto, l'altre conclusioni, ma credo, che abbiamo anco assai in mano per mostrare, che il cadente naturale, ed il projetto violento passino per le medesime proporzioni di velocità. Imperocchè, se il projetto vien gettato dal termine D al termine A, è manifesto, che nel punto D ha grado d'impeto potente a spingerlo sino al termine A, e non più; e quando il medesimo projetto è in C, è chiaro, che è congiunto con grado d'impeto potente a spingerlo sino al medesimo termine A; e parimente il grado d'impeto in B basta per spingerlo in A. Onde è manifesto l'impeto ne' punti D, C, B andar decrescendo secondo le proporzioni delle linee D A, C A, B A; onde se secondo le medesime va nella caduta naturale acquistando gradi di velocità, è vero quanto ho detto e creduto sin qui. Quanto alla esperienza della freccia, credo, che nel cadere acquisterà pari forza a quella, con che fu spinta, come con altri

esempj parleremo a bocca, bisognandomi esser costà avanti Ognissanti. Intanto la prego a pensare un poco sopra il predetto principio.

Quanto all'altro problema proposto da lei, credo, che i medesimi mobili riceveranno ambedue la medesima virtù, la quale però non opererà in ambedue il medesimo effetto, come v. g. il medesimo uomo vogando comunica la sua virtù ad una gondola e ad una peotta, sendo l'una e l'altra capace anco di maggiore; ma non segue nell'una e nell'altra il medesimo effetto circa la velocità o distanza d'intervallo, per lo quale si muovono. Scrivo allo scuro questo poco, basti più per soddisfare al debito della soluzione, rimettendomi a parlarne a bocca in breve; e con ogni reverenza gli bacio le mani.

Lettera di Galileo Galilei al P. Ab. D. Benedetto Castelli, contenente una dimostrazione d' un principio già supposto dall' Autore nel suo Trattato del Moto accelerato ne' Dialoghi de' Movimenti locali.

Molt' Ill. e Rever. Sig. e Padron Colend.

È manifesto pur troppo, Sig. mio Reverendiss. che il dubitare in Filosofia è padre dell' invenzione, facendo strada allo scoprimento del vero. L' opposizioni fattemi son già

molti mesi da questo giovane, al presente mio ospite e discepolo, contro a quel principio da me supposto nel mio Trattato del moto accelerato, ch'egli con molta applicazione andava allora studiando, mi necessitarono in tal maniera a pensarvi sopra, affine di persuadergli tal principio per concedibile e vero, che mi sortì finalmente, con suo e mio gran diletto, d'incontrarne, s'io non erro, la dimostrazione concludente, che da me fin'ora è stata qua conferita a più d'uno. Di questa egli ne ha fatto adesso un disteso per me, che trovandomi affatto privo degli occhi, mi sarei forse confuso nelle figure e caratteri, che vi bisognava. È scritta in Dialogo, come sovvenuta al Salviati, acciò si possa, quando mai si stampassero di nuovo i miei Discorsi e dimostrazioni, inserirla immediatamente dopo lo Scolio della seconda proposizione del suddetto trattato (a facc. 278. 279. V. VIII. di questa impressione) come Teorema essenzialissimo allo stabilimento delle scienze del moto da me promosse. Questo lo comunico a V. S. per lettera prima che ad alcun altro, con attenderne principalmente il parer suo, e dopo quello de' nostri amici di costì, con pensiero d'inviarne poi altre copie ad altri amici d'Italia e di Francia, quando io ne venga da lei consigliato: e qui pregandola a farci parte d'alcuna delle sue peregrine speculazioni, con sincerissimo af-

fetto la reverisco, e gli ricordo il continuare l'orazioni appresso Dio di misericordia, e di amore per l'estirpazione di quegli odii intestini de' miei maligni, infelici persecutori.

D' Arcetri li 3. Dicembre 1639.

Di V. S. Molt' Ill. e Rev.

Affezionatiss. Serv. Obblig.
Galileo Galilei Linceo Cieco.

Lettera di Andrea Arrighetti a Galileo Galilei.

Molt' Ill. Sig. mio Osserv.

Firenze 25. *Settembre* 1633.

Non ho potuto far di meno di non obbedire a quel tanto, che dal Sig. Mario Guiducci per sua parte mi è stato commesso, circa quel poco di studio, che aveva fatto intorno alla sua prima proposizione di Meccanica mandata qua da V. S. al medesimo Sig. Mario, quale insieme con alcune altre dimostrazioni da essa dependenti sarà in piè di questa. Son sicuro, che vedrà il tutto come cosa fatta per mio trattenimento, scusando se vi fusse qualche debolezza, e se; non l'avendo

dipoi più riviste, anco nel copiarle mi scappasse qualche passerotto, e per conseguenza non potessero stare a martello. Se sentirò, che non ci abbia difficultà, e che queste non sieno convinte di falsità, mi affaticherò intorno all' altra mandata ultimamente, non essendo fuor di speranza, che si possa ritrovare anco in altra maniera la grossezza del proprio solido, unico ancor esso fra tutti i suoi simili, tanto mentre il suo momento sia superiore alla resistenza della sua base, quanto mentre segua il contrario. Non mi affaticherò in condolermi seco de' suoi travagli, sapendo ella benissimo quanto deva participarne, mediante gl' infiniti obblighi, che le professo. Del resto confermo a V. S. la mia osservanza, pregandola a ricordarmi servitore d'infinita obbligazione a Monsig. Illustriss. ed a conservarmi la sua buona grazia.

Poscritto. Dopo aver serrata la lettera mi son risoluto a mandare a V. S. anco la dimostrazione dell' ultima sua proposizione, la quale sarà aggiunta in fine di questa, e di nuovo la riverisco aspettandone il suo parere.

Dato un prisma o cilindro di materia grave e frangibile, ed omogenea in ciascuna sua parte, quale sia sostenuto in mezzo, o sivvero in una o in ciascuna delle sue estremità, dico, che coll' andare allungando il detto solido si ridurrà a segno, che mediante il suo proprio peso

si spezzerà nel punto dove sarà sostenuto, o sivvero in mezzo, quando sarà sostenuto in ciascuna delle sue estremità; e se il detto solido si andrà; ingrossando conservando la medesima lunghezza, quanto più si andrà ingrossando, tanto più sarà abile a sostenere altro peso oltre il suo proprio, e che fra gl'infiniti solidi simili al dato solido, un solo è quello, che è ancipite fra la fragilità e la consistenza, sicchè ogni poco che sieno maggiori di quello si spezzeranno, e ogni poco che sieno minori saranno abili a sostenere oltre il lor proprio qualche altra quantità di peso. Sia il dato solido A B (Fig. XXXIX.) sostenuto in mezzo nel punto C, dico, che coll'andarlo allungando seguirà quanto si è detto di sopra. Allunghisi fino in E F, sicchè il punto C sia sempre in mezzo.

Perchè dunque nell'allungare il detto solido la base si conserva sempre l'istessa, si conserverà anco la medesima resistenza nel pesó C; ma la facilità del superare tal resistenza va crescendo mediante l'allungamento delle D F, D E, siccome cresce anco il momento, che resulta dalle gravità de' suddetti solidi D F, D E, secondo che si accrescono i suddetti solidi, ne seguirà, che il detto solido E F si spezzerà mediante il suo proprio peso.

Accrescasi il solido A B (Fig. XL.) per la sua grossezza fino in E F, conservando la medesima lunghezza. Dico, che seguirà

tutto il contrario, cioè, che oltre al suo proprio reggerà qualche altro peso.

Perciocchè coll' accrescere il detto solido la resistenza alla resistenza è, come la base D C alla base G C, cioè come il solido A H al solido E H, cioè come il momento del solido A H al momento del solido E H; ma la differenza del superare tali resistenze si accresce tanto, quanto si accresce la CG, mentre stia ferma la lunghezza A B; adunque seguirà quanto si è proposto.

Dico di più, che facendosi altri solidi simili all' A B, fra gl' infiniti, che si possono fare, un solo è quello, che è ancipite fra la fragilità e la consistenza, sicchè quanto saranno maggiori di quello, più facilmente si spezzeranno mediante il lor proprio peso, e quanto saranno minori, tanto più saranno abili a sostenere qualche altro peso, oltre il loro proprio.

Sia il solido A B, (Fig. XLI.) nello stato suddetto, e facciansi i solidi E F, G H simili all' A B, cioè E F maggiore, e G H minore.

Perchè dunque le resistenze, che si fanno in C D, K L, M I, hanno fra di loro la proporzione delle basi C D, K L, M I, ed i momenti de' solidi A B, E F, G H hanno fra di loro la proporzione de' medesimi solidi, cioè de' cubi delle medesime C D, K L, M I, e le facilità del superare tali resistenze si conservano in

tutti le medesime, ne seguirà, come si è proposto, che sempre il solido maggiore si spezzi in K L, ed il minore sia abile a sostenere qualche altro peso, oltre il suo proprio, e che A B sia unico in tale stato, come si era proposto, ed il medesimo seguirà mentre detti solidi sieno sostenuti in una, o in ciascuna delle sue estremità.

Di più volendo ridurre il solido E F di grossezza tale, che conservandolo della medesima lunghezza E F sia nel medesimo stato del solido A B, e sia ancor egli unico in tale stato fra tutti i solidi a lui simili, basterà (servendosi della passata figura) trovare la terza proporzionale delle due D C, K L, quale sarà il diametro della base del cilindro, che si cerca.

Perciocchè il momento del solido A B al momento del solido E F ha triplicata proporzione della D C alla K L, e la resistenza, che si fa in C D, alla resistenza, che si fa in K L, l'ha duplicata della proporzione della medesima D C, alla medesima K L, per esser solidi simili; ed il momento del solido E F al momento del solido ritrovato (per esser della medesima altezza) ha duplicata proporzione della D C, alla K L, e la resistenza del medesimo E F alla resistenza del solido ritrovato ha triplicata proporzione della D C alla K L; adunque tanto, quanto la proporzione della resistenza del solido A

B alla resitenza del solido E F è minore della proporzione del momento del solido A B al momento del solido E F, tanto la proporzione del momento del solido E F al momento del solido ritrovato è minore della proporzione della resistenza, che si fa in K L, alla resistenza, che si fa nella base del solido ritrovato; adunque la resistenza del solido A B alla resistenza del solido ritrovato, cioè quella, che si fa nelle lor basi, averà la proporzione del momento del solido A B al momento del solido ritrovato; adunque il solido ritrovato sarà nel medesimo stato del solido A B, ed il medesimo seguirà mentre il momento del solido A B alla resistenza, che si fa in C D, abbia qualsivoglia altra data proporzione maggiore o minore, che sempre il solido ritrovato sarà unico in tale stato fra tutti i solidi a lui simili.

Lettera di Galileo Galilei a Andrea Arrighetti.

Molt'Ill. Sig. Pad. Colend.

Di Siena 27 Settembre 1633.

Il gusto col quale ho lette e rilette le dimostrazioni di V. S. è stato maggiore della maraviglia, quello cioè grandissimo per la sottigliezza dell'invenzione, e que-

sta minore assai per esser opera dell' ingegno del Sig. Andrea Arrighetti; e l' ultima in particolare mi ha tenuto un pezzo confuso, sì per l' insolita testura, sì per la mia consumata memoria, nella quale non prima s' imprimono i fantasmi, che si cancellano. Serva questo detto incidentemente per avviso a V. S. di speculare, mentre è giovane. Il progresso di V. S. è maestoso, e s' innalza sopra il comune geometrico, in certo modo, come il metafisico sopra il puro fisico, mentre trattenendosi V. S. tra universali astratti, par che sdegni il particolareggiare, e di trattare con altre persone, che colle molto profondate in questi studj. Replico a V. S. che ne ho preso gusto grandissimo, e quando ella non isdegnasse, che io soggiugnessi questa sua dimostrazione a quella, che ne arreco io nel trattato, che ho per le mani, mi sarebbe gratissimo, sebbene per renderla apprensibile anco ai mediocremente intelligenti, abbassando alle mie pianure, ma veramente con qualche scapito della maestà, alla quale V. S. l' innalza, la concluderei nel seguente modo.

Le resistenze D, K (Fig. XLII.) son tra loro come i quadrati D, K, cioè come i quadrati K, M, cioè come i prismi E, X, cioè come i momenti E, X. Le resistenze K, M, come i cubi K, M, cioè come i cubi D, K, cioè come i prismi A, E, cioè come i momenti A, E; adunque

per la perturbata, le resistenze de' prismi D, M, son tra loro come i momenti A, X, e però i medesimi prismi sono in stati simili.

Per quanto appartiene a me medesimo, posso dire, che la gentilissima conversazione di questo mio cortesissimo ospite mi solleva notabilmente, e l'occupazione, che Dio mi dà intorno a varie contemplazioni, mi divertisce assai la mente; e sopra tutti i conforti, il creder, che V. S. e gli altri amici e padroni cari mi continuino la lor grazia, mi rende men grave ogni mia afflizione.

Lettera di Galileo Galilei.

Molt' Ill. Sig. e Pad. Colend.

In risposta delle obbiezioni di V. S. dirò brevemente quello, che mi occorre, e quanto alla prima. Ella dice parergli, che nel principio del mio discorso io voglia affermare, *che le macchine, che riescono in piccolo, riusciranno anche in grande, purchè si osservi nelle moltiplicazioni la proporzione, che si dee nello strumento e nelle sue parti; e che l'affezione, che si trova sempre nella materia, non è argomento buono per provare il contrario, essendo che essa effezione è eterna e sempre l'istessa, della quale si*

può dar regola, quanto si dà delle figure astratte. Sin qui son parole di V. S. in risposta delle quali conviene, che io confessi di non aver saputo spiegare il mio concetto con quella evidenza, che è necessaria per ben dichiararsi, e massime quando si arrecano proposizioni remote dalle opinioni comuni: dico per tanto, che l'intenzion mia fu molto diversa, anzi del tutto contraria dal senso, che V. S. ne ha cavato, avvengachè è falso, che io abbia stimato, che le macchine, che riescono in piccolo, debbano ancora riuscire in grande, tuttavolta che si osserverà le medesime proporzioni, ec. anzi ho voluto dire, che non possono in verun conto riuscire. Soggiugne V. S. appresso, che io ho detto, che l'imperfezione della materia non è argomento buono per provare il contrario, cioè per provare, che in grande non possano riuscire quelle macchine, che riescono in piccolo; anzi per l'opposito affermo, che di questo non poter riuscire la cagione risiede nella materia soggetta a mille imperfezioni, alterazioni, mutazioni, e tutti quegli altri accidenti, che V. S. va con esquisita particolarità connumerando; de' quali io non ho mai preteso, nè credo dato segno di pretendere, che se ne possa dare scienza; ma la cagione, che io riferisco, e ripongo nella materia, è diversissima da tutte queste, e non è soggetta a variazione al-

cuna, ma è eterna, immutabile, e però atta ad essere sotto necessarie dimostrazioni compresa, ma per quanto io credo non avvertita da altri. E per meglio dichiararmi seco, piglio il suo medesimo esempio di un ponte per passare un fosso largo v. g. venti piedi, il quale si trovi esser riuscito potente a sostenere e dare il transito a peso di mille libbre, e non più; cercasi ora se per passare un fosso largo quattro volte tanto, un altro ponte contesto del medesimo legname, ma in tutti i suoi membri accresciuto in quadrupla proporzione, tanto in lunghezza, quanto in larghezza ed altezza, sarà potente a reggere il peso di 4000 libbre, dove io dico di no; e talmente dico di no, che potrebbe anco accadere, che e' non potesse regger se stesso, ma che il peso proprio lo fiaccasse: avendo io con necessaria dimostrazione meccanica provato, esser impossibile, che due figure solide fatte dell'istessa materia, e che tra di loro sieno simili e diseguali, sieno simili nella robustezza; ma che sempre a proporzione saranno le maggiori più deboli: di modo che, se averemo v. g. un'asta di legno di tal grossezza e lunghezza, che fitta in un muro parallela all'orizzonte resti senza fiaccarsi dal proprio peso, ma che una grossezza di capello, che fusse più lunga si rompesse, dico tale asta tra le infinite, che si possono fare simili a lei del mede-

simo legno, esser unica, che resti sul confine tra il sostenersi e il rompersi, sicchè nessuna delle maggiori di lei potranno reggersi, ma necessariamente si fiaccheranno; ma le minori reggeranno se stesse, e qualche altro peso di più, talchè se vorremo pigliare un'asta più lunga della detta, e che sia potente a reggere se stessa, bisogna alterare la proporzione, e farla più grossa di quel che ricercherebbe la similitudine delle figure. Ora la cagione, per la quale la resistenza al rompersi ne' solidi simili non cresca secondo le grandezze loro, io la provo con necessaria dimostrazione; dimostro ancora qual proporzione è quella, che la robustezza osserva nell'accrescimento delle figure: e finalmente dimostro nell'allungare la figura, quanto si debba alterare ed accrescere più la grossezza, che la lunghezza, acciò la robustezza si augumensi ancora nelle figure maggiori a proporzione delle minori. Ma che io ricorra mai a dire, che queste varietà dependano dalle diversità di materie non solo differenti di specie, come legno, ferro, marmo, ma anco della medesima specie, essendo tante diversità di saldezza tra una sorta di legno, ed un'altra, ed anco nell'istesso legno, secondo che è tagliato dal tronco o dal ramo, di una stagione o di un'altra, vicino alla radice o alla vetta; sarei veramente troppo debole a volere arrecar queste notissime contingenze per ra-

gione di effetti necessarj, e forse fin ora non perfettamente penetrati dagli Artisti scientifici. Di queste resistenze de' corpi solidi all'essere spezzati parlo io nel secondo Dialogo, dimostrando molte conclusioni utili, e dirò anco necessarie da esser saputе dal meccanico teorico, delle quali sono per additarne alcuna; qual proporzione abbiano tra di loro le resistenze di due prismi o cilindri solidi egualmente lunghi all' essere spezzati; e finalmente qual sia quella de' diseguali in lunghezza e grossezza, sicchè conosciuta la resistenza di un piccol chiodo o di una piccola caviglia di legno o di qualsivoglia altra materia, io potrò dimostrativamente sapere le resistenze di tutti i chiodi, di tutti i pali, di tutte le catene di ferro, di tutte le travi, travicelli, antenne, alberi, ed in somma di tutti i solidi di qualsivoglia materia, rimossi però gl' impedimenti accidentarj di nodo, tarli, ec. In oltre essendo noto per l' esperienza, che la medesima trave o catena di ferro è meno atta a reggere un peso, che gli sia attaccato nel mezzo, che verso l' estremità, si cerca, qual sia la proporzione, che abbiano fra loro le resistenze di tutti i punti più o meno lontani dal mezzo: e trovata qual sia tal proporzione, passo a dimostrare, quanto si potrebbero andare assottigliando detti travamenti o catene, acciò fussero in tutte le loro parti egual-

mente resistenti, e dimostro qual figura doverebbero avere con alleggerimento notabile del lor proprio peso. Osservo appresso e dimostro, come e per qual ragione, e con che proporzione canne, lance, ed altri strumenti simili essendo voti dentro sono più gagliardi, che altri della medesima materia, lunghezza e peso, che fussero massicci e sodi. Altre notizie arreco, che servono a gustare delle maraviglie delle fabbriche artifiziali, e più di quelle della natura, la quale intendendole tutte, tanto mirabilmente se ne serve nelle sue strutture, facendo, per esempio, l'ossa degli uccelli vote assai dentro, acciò sieno leggiere ed insieme gagliardissime, quali non sarebbero, se ritenendo il medesimo peso fussero massicce, perchè sarebbero sottili e grandemente più deboli.

Lettera di Galileo Galilei
al Marchese Guido Ubaldo dal Monte.

Ill. Sig. e Pad. Colend.

Di Padova li 29 Novembre 1602.

V. S. Illustrissima scusi la mia importunità, se persisto in voler persuaderle vera la proposizione dei moti fatti in tempi uguali nella medesima quarta del cerchio: perchè essendomi paruta sempre mirabile,

ora vie più mi pare, che da V. Sig. Illustrissima vien reputata come impossibile, onde io stimerei grand' errore e mancamento il mio, s' io permettessi, che essa venisse repudiata dalla di lei speculazione, come quella, che fusse falsa, non meritando ella questa nota, nè tampoco di esser bandita dall' intelletto di V. S. Illustrissima che più di ogni altro la potrà più presto ritrarre dall' esilio delle nostre menti; e perchè l' esperienza, con che mi sono principalmente chiarito di tal verità, è tanto certa, quanto da me confusamente stata esplicata nell'altra mia, la replicherò più apertamente, onde ancora ella facendola, possa accertarsi di questa verità.

Piglio dunque due fili sottili lunghi ugualmente due o tre braccia l' uno, e sieno A B, E F, (Fig. XLIII.) e gli appicco a due chiodetti A, E, e nell' altre estremità B, F, lego due palle di piombo uguali (sebben niente importa se fussero disuguali) rimovendo poi ciascuno dei detti fili dal suo perpendicolo, ma uno assai, come saria per l' arco C B, e l' altro pochissimo, come saria secondo l'arco I F, gli lascio poi nell'istesso momento di tempo andare liberamente, e l'uno comincia a descrivere archi grandi simili al B C D, e l' altro ne descrive de' piccoli simili al F I G, ma non però consuma più tempo il mobile B a passare tutto l' arco B C D, che si faccia l' altro mobile F a pas-

sare l'arco F I G, di che mi rendo sicurissimo così.

Il mobile B passa per lo grand'arco B C D, e ritorna per lo medesimo D C B, e poi ritorna verso D, e va per 500 e 1000 volte reiterando le sue reciprocazioni; l'altro parimente va da F in G, e di più torna in F, e parimente farà molte reciprocazioni, e nel tempo ch'io numero v. g. le prime cento grandi reciprocazioni B C D, D C B, ec. un altro osservatore numera cento altre reciprocazioni per F I G piccolissime, e non ne numera pure una sola di più, segno evidentissimo, che ciascheduna particolare di esse grandissime B C D, consuma tanto tempo, quanto ogni una delle minime particolari F I G; or se tutta la B C D vien passata in tanto tempo, in quanto la F I G, ancora le loro metà, che sono le cadute per gli archi disuguali della medesima quarta saranno fatte in tempi uguali. Ma anco senza stare a numerar altro V. S. Illustrissima vedrà, che il mobile F non farà le sue piccolissime reciprocazioni più frequenti, che il mobile B le sue grandissime, ma sempre anderanno insieme. L'esperienza, ch'ella mi dice aver fatta nello scatolone, può essere assai incerta, sì per non esser forse la sua superficie ben pulita, sì forse per non esser perfettamente circolare, sì anco-

rà per non si potere in un solo passaggio così bene osservare il momento stesso sul principio del moto, ma se V. S. Illustrissima pur vuol pigliare questa superficie incavata, lasci andare da gran distanza, come saria dal punto B, liberamente la palla B, la quale passerà in D, e farà nel principio le sue reciprocazioni grandi d'intervallo, e nel fine piccole, ma non però queste più frequenti di tempo di quelle. Quanto poi al parere irragionevole, che pigliandosi una quarta lunga 100 miglia, due mobili uguali possano passarla uno tutta, e l'altro un palmo solo in tempi uguali, dico esser vero, che ha dell'ammirando; ma se consideriamo, che può esser un piano tanto poco declive, qual saria quello della superficie d'un fiume, che lentissimamente si muovesse, che in esso non averà camminato un mobile naturalmente più d'un palmo, nel tempo che un altro sopra un piano molto inclinato, (ovvero congiunto con grandissimo impeto ricevuto, anco sopra una piccola inclinazione) averà passato cento miglia; nè questa proposizione ha seco per avventura più inverisimilitudine di quello, che si abbia, che i triangoli tra le medesime parallele, ed in basi uguali sieno sempre uguali, potendone fare un brevissimo, e l'altro lungo mille miglia; ma restando nella medesima materia, io credo aver di-

mostrato questa conclusione non meno dell' altra inopinabile.

Sia del cerchio B D A (Fig. XLIV.) il diametro B A eretto all' orizzonte, e dal punto A sino alla circonferenza tirate linee *utcunque* A F, A E, A D, A C. Dimostro mobili uguali cadere in tempi uguali, e per la perpendicolare B A, e per gli piani inclinati, secondo le linee C A, D A, E A, F A, sicchè partendosi nell' istesso momento dalli punti B, C, D, E, F, arriveranno in uno stesso momento al termine A, e sia la linea F A piccola quanto esser si voglia.

E forse anco più inopinabile parerà questo pur da me dimostrato, che essendo la linea S A non maggiore della corda d' una quarta, e le linee S I, I A; *utcunque*, più presto fa il medesimo mobile il viaggio S I A, partendosi da S, che il viaggio solo I A, partendosi da I.

Sin qui ho dimostrato senza trasgredire i termini meccanici, ma non posso spuntare a dimostrare, come gli archi S I A, ed I A sieno passati in tempi uguali, che è quello che cerco.

Al Sig. Francesco mi farà grazia rendere il baciamano, dicendogli, che con un poco d' ozio gli scriverò una esperienza, che già mi venne in fantasia, per misurare il momento della percossa; e quanto al suo quesito, stimo benissimo detto, quanto ne dice V. S. Illustrissima, e che quan-

do cominciamo a concernere la materia, per la sua contingenza si cominciano ad alterare le proposizioni in astratto dal geometra considerate; delle quali così perturbate, siccome non si può assegnare certa scienza, così dalla loro speculazione è assoluto il matematico. Sono stato troppo lungo e tedioso con V. S. Illustrissima: mi perdoni in grazia, e mi ami come suo devotissimo servitore, e le bacio le mani con ogni reverenza.

Lettera di Galileo Galilei in risposta al Bertizzolo.

Molto vivamente e con gran sottigliezza risponde il Sig. Bertizzolo alle mie difficoltà, per mantenere in piede la sua conclusione, che secondo che cresce l'altezza dell'acqua sopra il medesimo declive, e per conseguenza la gravità, debba ancora crescere la celerità del suo moto; il che era stato da me messo in dubbio, pigliando occasione di dubitare da quello, che vedo per esperienza farsi negli altri movimenti naturali, ne' quali i mobili omogenei, ancorchè disegualissimi in mole, e per conseguenza in peso, si muovono tuttavia con pari velocità, come ciascheduno può ad ogni ora vedere in due palle di ferro o d'altra materia grave, delle quali una sia grandissima, e l'altra pic-

colissima, che cadendo a perpendicolo, ovvero sopra il medesimo piano inclinato, si muovono colla medesima velocità; del quale effetto, come altra volta dissi, ne ho ancora trovate due dimostrazioni, le quali però tralascio al presente, potendosene tanto facilmente vedere mille esperienze; le quali prego il Sig. Bertizzolo a vedere, acciò non abbia a negare quello, che è più chiaro, che il Sole. Ma perchè rispondendo sottilmente soggiugne, che i predetti mobili diseguali quando non avessero impedimento dell' aria, non pure si muoveriano disegualmente, ma che manterrebbero anco nelle loro velocità la proporzione medesima, che fosse tra le gravità loro, quasi che dal mezzo detta proporzione venga alterata: avendo io opinione in ciò molto diversa, e facendo questa considerazione molto a proposito al moto dell' acque, il quale non ha repugnanza d' altro mezzo, mi ci fermerò alquanto, e dirò, che indubitatamente stimo, che in uno spazio dove non fusse resistenza alcuna del mezzo, non solamente i gravi diseguali ed omogenéi, ma ancora gli eterogenei si muoveriano colla medesima prestezza, sichè non più velocemente discenderebbe una gran palla di piombo, che una di leggero legno. Al che credere mi muovo per due ragioni, fondate pure sopra l' esperienza; e la prima è questa, che io vedo mobili eterogenei, come sa-

riano due palle, una di piombo e l'altra di pietra, muoversi con velocità disuguale, e tal disugualità esser maggiore nei mezzi più gravi e resistenti, che nei più sottili e leggeri, e così il piombo e la pietra con gran disegualità vanno al basso nell'acqua, e con pochissima differenza nell'aria, e con minore per conseguenza anderiano in un mezzo più raro, e finalmente con nessuna nel vacuo. L'altra mia ragione è questa, che è pur fondata sopra l'esperienza, che se fusse vero, che le velocità ne' movimenti naturali seguitassero la proporzione della gravità de' mobili, ogni volta che l'impedimento del mezzo non l'alterasse, adunque tutta volta che si potesse levare tale alterazione del mezzo, senz'alcun dubbio si doveria coll'esperienza poter vedere la detta proporzione: ora tanto è vero, che si levi assolutamente l'impedimento del mezzo, quanto il fare, che i mobili non ne vengano impediti più l'uno, che l'altro, il che quando fusse, dovriano detti mobili disegualmente gravi mostrar nelle loro velocità la proporzione, che hanno in gravezza; al che però non accorda l'esperienza, la quale potremo fare pigliando due palle di mole uguali, ma di peso ineguale, come saria una di piombo e l'altra di legno, le quali quando sieno in grandezza uguali, saranno di peso disuguali, sicchè quella di piombo potrà pesare talvolta trenta volte

più di quella di legno. Se dunque queste due palle uguali in mole si lasceranno cadere da un'altezza ver. gr. di cento braccia, già il contrasto dell'aria sarà il medesimo all'una ed all'altra, sicchè saranno come denudate dall'impedimento esterno, e solo prevalerà in loro la virtù motiva, che viene dalla gravezza; per lo che se fusse vero l'assunto del Sig. Bertizzolo, doveria quella di piombo muoversi 30 volte più veloce dell'altra, sicchè quando quella di piombo avesse finito il suo moto, l'altra dovria essersi mossa per poco più di tre braccia, il che è tanto falso, che non pure, mentre che il piombo averà camminato le cento braccia, il legno ne averà camminate tre o quattro, ma ne averà anco passate più di 98, ed in somma con pochissimo intervallo sarà prevenuto dal piombo; onde io concludo potersi senza fallacia affermare la proporzione delle velocità de' diversi mobili omogenei o eterogenei, o uguali o disuguali, non aver che far niente colla proporzione delle gravità loro, ed esser grandemente minor di quella. E perchè è piccolissima tal differenza ne' mezzi pieni, dove il mezzo impedisce un poco più il men grave, stimo, che nel vacuo, o dove non fusse tal impedimento, quella non faria cosa alcuna, ma di tutti i mobili saria la velocità medesima. Nè sono gli esempj di pietre e colonne tagliate addotti da me

fuori di proposito, perchè essendo stato profferito dal Sig. Bertizzolo l'assioma universalmente, che crescendo la gravità debba crescere il moto, doveria verificarsi in tutti i particolari, il che non fa negli esempi addotti: anzi dirò di più, non si verificare nè anco nell'acqua, nè accadere a quella altro da quello, che accada agli altri mobili naturali, cioè che sopra il medesimo declive con tanta velocità anderà un' acqua alta 100. braccia, con quanta una, che sia alta un solo; ma perchè (come anco accennai nell'altro mio discorso) mi si potria istare coll'esempio del corso de' fiumi, i quali crescendo l'altezza dell'acque vanno sempre più rapidamente, e vedo, che il Sig. Bertizzolo si riduce a questa esperienza; però son contento di allargarmi un poco più, e scoprire, quale sia la causa di questo effetto da me molto bene osservato. Dico dunque, che le acque de' fiumi, quando o per pioggie o per nevi disfatte si alzano, non crescono per tutto ugualmente, anzi se lontano dal mare, dove si scaricano, 20 o 30 miglia si alzano 10 o 12 braccia, intorno alla foce, dove entrano in mare, non si alzano nè anco un sol braccio, come ciascuno può aver osservato; il che se è così, chi non conoscerà, che questo è un accrescer grandemente il declive; e crescendo tanto questo non sarà necessario, che cresca ancora il moto? certamente sì.

Però se alcuno vorrà per via d'esperienze mostrare, che alzandosi l' acque, ancorchè si muovano nel medesimo declive, debba crescer la loro velocità, bisognerà ricorrere ad altro esempio, che a quello de' fiumi, nei quali non è possibile alzar l'acque per tutto ugualmente, come dovria farsi, se si ha da mantenere la medesima decaduta, e provare, che l' altezza dell' acqua faccia crescere la velocità sopra il medesimo declive. E per avventura un' esperienza opportuna per veder ciò, saria la seguente. Sieno due canali serrati A B, C D, (Fig. XLV.) larghi ugualmente, ma sia il C D due volte più alto dell' A B, ed abbiano la medesima inclinazione, e da vene inessicabili passino per essi acque dalle parti B, D, verso A, C; è manifesto, che se l' altezza maggior dell' acque accresce sopra il medesimo declive la velocità del moto, doverà il canale C D, render quattro botti d' acqua in quel tempo, che l' altro A B ne butta una; imperocchè se l'acqua per esser nel canale C D due volte più alta, che nell'A B, dee muoversi con doppio moto, essendo in oltre il canale C D due volte più capace dell' A B, ne seguirà di necessità, che, come ho detto, l' uno porti fuori quattro volte più acqua dell' altro, la qual cosa indubitatamente non si troverà esser così, nè si vedrà buttare il canale D C

una goccia più, che il doppio di B A, segno necessarissimo, che l'acque nell'uno e nell'altro vanno con pari corso.

Lettera di Galileo Galilei al P. Abate D. Benedetto Castelli del modo di misurare le gocciole d'acqua cadenti sopra una data superficie.

D'Arcetri 19. Agosto 1639.

Reverendissimo Padre, e mio Sig. Colendissimo.

Sento con diletto l'applicazione, che la Paternità Vostra Reverendissima fa coll'intelletto a nuove speculazioni dipendenti da questo suo ultimo trattato in proposito del Lago Trasimeno, e starò con desiderio aspettando di parteciparne, conforme a che ella me ne dà speranza. Quanto alla moltitudine delle gocciole cadenti sopra una superficie data, ed il modo del trovarla, le dirò solo la conclusione e l'operazione, lasciandone la dimostrazione al discorso di lei. Dico pertanto, che dato l'intervallo tra gocciola e gocciola, e l'ampiezza della superficie, dove dette gocciole debbon cadere, l'operazione procede nel seguente modo. Perchè tal superficie dee esser nota, intendasi quella esser cir-

colare, e così l' intervallo tra gocciola e gocciola, che pure dee esser noto, e posto che gl' intervalli sieno eguali, posta la caduta d' una gocciola come nel centro del dato cerchio, vedasi quanti di tali intervalli si contengano nel semidiametro del dato cerchio, e preso il cubo di tal numero d' intervalli, e poi il cubo del numero uno manco del detto, cavisi questo minor cubo dell' altro maggiore, e quello, che resta, sarà la moltitudine delle gocciole cadenti, che nel dato cerchio saranno contenute; come per esempio, sia l' intervallo tra gocciola e gocciola un soldo, cioè la vigesima parte d' un braccio, e il semidiametro del cerchio sia per esempio mille soldi; fatto il cubo di mille e da esso trattone il cubo di 999 quello che resta sarà la moltitudine delle gocciole da riceversi nel dato cerchio. La proposizione, come vede, ha assai dello stravagante; essa che può mercè della vista descriver linee e far computi aritmetici, troverà il resto. Mi raccomando alle sue orazioni, mi conservi la sua grazia, ed il Sig. la prosperi.

Lettera del Padre Abate D. Benedetto Castelli a Galileo Galilei sopra l'istessa materia.

Roma 27. Agosto 1639.

Eccellentiss. Sig. mio Padron Colendiss.

Veramente mi è riuscita la speculazione di V. S. Eccell. stravagantissima nel ritrovamento del numero delle gocciole cadenti in una data superficie, dato l'intervallo tra gocciola e gocciola; e confesso la mia debolezza, che alla prima lettera di V. S. Eccellentissima non intesi bene la proposizione, ed anco in questa ho stentato assai in intenderla, non discernendo se il numero degl' intervalli, come ella chiama, sia veramente degl' intervalli tra gocciola e gocciola, ovvero dell' istesse gocciole prese nel diametro del cerchio, cominciando da quella, che si considera nel centro inclusive, giacchè il numero delle gocciole supera d' un' unità quello degl' intervalli. Ma finalmente camminando io in questo principio per via d' esperienza, ho conosciuto, che si dee prendere il numero delle gocciole, e non degl' intervalli, per radice de' cubi, e ne ho fatti molti riscontri colla numerazione attuale, e poi coll' operazione di V. S. Eccellentissima, e tutte mi sono riuscite puntualissimamente;

è vero che mi pare, che sempre la sezione di tutto il fastello delle gocciole cadenti nel cerchio debba riuscire un esagono equilatero ed equiangolo iscritto nel cerchio dato, altrimenti il mio conto non torna con quello di V. S. Eccellentissima, quale pure dee esser verissimo, come dependente dalla dimostrazione, alla quale non sono per ancora arrivato, e forse la mia debolezza non arriverà giammai. Pertanto mi resta scrupolo nel mio modo di numerare, e vado dubitando, che non torni, se non quando la saetta dell' arco di 60. gradi non è maggiore d' uno degl' intervalli tra gocciola e gocciola. So che ho scritto questi versi oscuramente, però la prego a scusarmi; se mi succederà trovare cosa più netta e chiara, mi porterò meglio un' altra volta. Intanto mando a V. S. Eccellentissima una copia d' una lettera, che scrivo a Monsig. Cesarini, per dar soddisfazione a molti, che non intendono il principal fondamento del mio Trattato della misura dell' acque correnti, dove cerco di spiegarmi di più di quello, che ho fatto nel Trattato istesso. Mi pare d' essermi in questa lettera vantaggiato qualche cosa per ridurre alla pratica il mio modo di partire l' acque delle Fontane, parendomi d' averlo spiegato assai facilmente, dove V. S. Eccellentissima vedrà, che non adopero il pendolo per misurar l'ora d' andare a pranzo o a letto. In oltre ho registrato alcuni disor-

dini, che seguono nel comun modo di misurare l'acque correnti, e mi pare (se non sono di me stesso adulatore) d'averli fatti spiccare assai bene. V. S Eccellentissima se la faccia leggere una volta, quando sarà meno impiegata nelle sue più alte speculazioni, e poi mi farà favore di farla capitare in mano del Serenissimo Gran Duca, e del Serenissimo Sig. Principe Leopoldo, perchè forse non sarà cosa inutile nel dispensare l'acque della Fontana, condotta con magnificenza veramente regia da S. A. S. in Firenze e per comodo, e per vaghezza della Città. Ed il Signore la conservi.

Lettera di Galileo Galilei al Padre Abate D. Benedetto Castelli sopra l'istessa materia.

Arcetri 3. Settembre 1639.

Reverendissimo Padre, mio Sig. Colendiss.

Ricevo la gratissima sua insieme colla copia dell'altra, che scrive a Monsig. Cesarini; le ho sentite amendue con gusto estremo, e questa che mi manda procurerò, che venga in mano del Sereniss. Principe Leopoldo, e appresso del Serenissimo Gran Duca, sicuro che siano per far gran riflessione e capitale degli avvertimenti,

che in essa si contengono, e degli altri che restano, e che la P. V. Reverendissima promette. E quanto a quello, che ella tocca nella sua in proposito delle gocciole cadenti, che si debbano prendere non gl' intervalli tra gocciola e gocciola, ma i numeri di esse gocciole, è verissimo, nè io poteva venire in cognizione di quanto scrissi, se non servendomi del numero delle gocciole, ponendo il primo come centro, e gli altri sei, come gli angoli dell' esagono inscritto nel primo cerchio, e così i contenuti sono sette. Presi poi due punti, e fattone il cubo, che è otto, e trattone il primo cubo, che è uno, restano pure sette, aggiunto il secondo cerchio doppio in circonferenza del primo, e perciò contenente dodici gocciole nella circonferenza; e fatto il cubo di tre punti, cioè 27. e trattone il cubo di due, che è otto, restano 19. che è la somma istessa delli 12. delli sei, e dell' uno del centro; e seguitando con quest' ordine, aggiugnendo il terzo cerchio, e li 18. punti contenuti nella sua circonferenza, sommandogli con gli antedetti dodici, e gli altri 6. precedenti, e quello del centro, si fanno 37. gocciole, e tale è il numero, che resta, cavando il cubo di 3. del cubo 4 cioè 27. di 64. e così continuando vidi la continuazione della regola; ma poco potei andare innanzi vietandomelo la privazione della vista, e del potere adoperar la penna; in-

felicità, che mi accade anco nel poter discorrere sopra linee, che passino oltre un triangolo, sicche nè pure posso intendere una delle mie medesime proposizioni e dimostrazioni, ma tutte mi giungono come ignote e inintelligibili. Lascerò dunque la cura alla P. V. Reverendiss. di allargarsi in questa contemplazione, e di ritrovare se vi è cosa, che meriti, che ne sia tenuto contó. Sono in continue strida per un' orribile doglia di una mano, di quelle mie antiche, non posso esser più seco. La riverisco con ogni affetto, e mi raccomando alle sue orazioni.

Lettera di Galileo Galilei a Curzio Picchena Segretario di Stato del Serenissimo Gran Duca di Toscana, nella quale tratta della Calamita.

Padova 16. Novembre 1607.

Illustrissimo Signore.

Io scrissi, sono oggi 15 giorni, a V. S. Illustrissima quello, che poteva dire allora in materia del pezzo di Calamita ricercato da S. A. S. che fu, che primieramente ne aveva io un pezzetto di circa mezza libbra assai gagliardo, ma di forma non molto

elegante, e che questo era al cenno di S. A. S. padrona di questo e di tutto il resto. Le dissi appresso ritrovarsene un pezzo in mano di un Gentiluomo amico mio, di bontà suprema, grande in circa 5. libbre, e di bella forma; ma per ritrovarsi quel Signore in Cadore, dissi, che gli averei scritto per intender l'animo suo. Scrissi, e ho avuta risposta, e che si priverà della Calamita, tuttavia che si ritrovi il prezzo di che è la stima: e giacchè si ha in mano di poterla avere, mi è parso di dire alcuni particolari, che ho veduto io più volte nella detta Calamita, avendola avuta più volte nelle mani. Prima è tanto vigorosa, che sostiene un fil di ferro lungo un dito, e grosso come una penna da scrivere, al quale sia attaccato libbre sei e mezza di qualsivoglia materia, e credo, se io ho bene a memoria, che le libbre sei e mezza fussero pesate alla grossa di queste libbre di qua, che delle Fiorentine saranno circa dieci. Attaccandovi un oncinetto di ferro, non più grande di mezzo granello di grano lo sosterrà insieme col peso di tre zecchini, che gli sieno appesi. Ha tanta forza, che appressatagli la punta d'una grande scimitarra vicina quanto è la grossezza d'una piastra d'argento, sforza anco le mani di qualunque gagliarda persona, che anco per maggior resistenza s'appoggiasse il pomo della detta avanti al petto, e per forza la rapisce a se. Io poi vi sco-

persi un altro effetto mirabile, il quale non ho potuto poi più rivedere in alcun' altra calamita, e questo è, che dalla medesima parte scaccia e tira il medesimo ferro. Lo tira mentre che gli sarà posto lontano quattro o cinque dita; ma se se gli accosterà vicino a un dito in circa, lo discaccia. Sicchè posandolo sopra una tavola, e andando alla sua volta colla calamita, quello fugge, e seguitandolo colla calamita, tuttavia scappa, ma se si ritira la calamita indietro, quando se gli è slontanata per quattro dita, il ferro comincia a moversi verso lei, e la va seguitando quanto altri la ritira indietro, ma non se gli vuole accostare a un dito, anzi, come ho detto, andandogli incontro colla calamita, il ferro si ritira e fugge: gli altri effetti poi tutti della calamita si veggiono in questa mirabilmente per la sua gran forza. Questo Gentiluomo mi scrive essergli altra volta stati offerti 200 scudi d'oro da un Giojelliere Tedesco, che la voleva per l'Imperadore, ma non gliela volse dare altrimenti, stimandola egli assai più. Io non ho potuto nominare a questo Gentiluomo la persona, che la domanda, nè anco la nominerò, se non ho altr' ordine da V. Sig. e per essere detto Signore lontano di qua, non ho potuto avere risposta da esso, se non oggi, dalla quale ho cavato solamente, che quanto alla calamita la concederà, benchè prenda gran piacere de' suoi effetti;

ma per quel che mi accenna, la stima oltre a 400 scudi. Molte volte gli ho sentito dire, che non la darebbe per manco oro di quello, che lei sostenesse attaccato ad un ferro; il che saria per più di scudi 400. Ma circa a questo non m'ha scritto adesso cosa alcuna. Io starò aspettando ordine da V. Sig. di quanto vuole che io tratti, che non mancherò di ubbidire a' cenni del nostro Sig. Principe, al quale intanto umilmente m'inchino, e a V. Sig. con ogni affetto bacio le mani.

Lettera di Galileo Galilei a Curzio Picchena Segretario di Stato del Serenissimo Gran Duca di Toscana, nella quale tratta della Calamita.

Padova 9. Dicembre 1607.

Illustrissimo Signore.

Mando a V. Sig. la Calamita, la quale, dopo l'averci speculato e sperimentato un pezzo attorno (sebben so di non essere a mezza strada delle sue maraviglie) ho finalmente ridotta a sostenere assai più che il doppio di quello, ch'ella pesa; imperocchè pesando ella libbre sei, ne sostiene come potrà vedere S. A. S. più di dodici.

E son sicuro, che quando io avessi avuto comodità di tempo, e di chi m'avesse lavorati diversi ferramenti con esquisitezza ed a mio modo, sarebbe adesso in istato di assai maggiore stupore Ho fatto fabbricare questi due ferri in forma di due ancorette, sì per dar loro qualche forma, come per alludere a quello, che forse favolosamente si scrive, essersi trovato un pezzo di Calamita sì vasto e robusto, che sosteneva un'ancora di nave, e sì ancora per la comodità di queste branche, alle quali si possono andare attaccando altri diversi pezzetti sino all'ultimo tentativo della sua gagliardezza; essendochè non ho fatte l'ancore del maggior peso, che io ho veduto poter esser sostenuto, prima per esser certo, che senza tediosa e scrupolosa pazienza, subito presentati i ferri a' poli della pietra si attacchino, ed oltre a questo, perchè m'è venuto in opinione, che il medesimo pezzo non sostenga colla medesima forza in ogni luogo della Terra; ma che essendo nella Calamita due poli, l'uno di essi si renda più valido, e l'altro meno per la maggiore vicinanza all'uno polo del Mondo, cioè della Terra, che sotto la linea equinoziale sariano ambidue d'eguali forze; onde credo, che il più gagliardo polo di questa pietra qua a Padova sostenga alquanto più che in Firenze o a Pisa, e l'altro per l'opposito, il che desidererei che fusse con diligenza osservato,

e però a ciascuna delle due ancorette ho allegati i ferri ed altri pezzetti, che sono il più, che qua gli ho potuti far sostenere, stante la pietra così preparata come la mando: onde costà potria accadere (per essere il sito alquanto più meridionale di questo) che il polo Australe della pietra reggesse qualcosa meno, e l'altro alquanto più. Ho assicurata la faccia principale della pietra con una assicella, non solo acciocchè non si freghi nel condurla, ma perchè si veggano subito i suoi poli colle lamette a' lor luoghi, sicchè senza muovere altrimenti la detta tavoletta, basta presentar le teste delle due ancorette a quei due fori, applicando la più grande al polo più robusto, che è segnato A. che vuol dire Australe; e la più piccola all'altro segnato B. che significa Boreale, avvertendo di mettere amendue i ferri nell'istesso tempo, perchè trovo non senza grande stupore, che ella più volentieri ne sostien due, che un solo, ed un ferro così grande, che per se solo non sarà retto da un polo, vi si attaccherà poi, mettendone un altro all'altro polo. Deesi anco avvertire nell'applicare i ferri, di tenere l'assicella equidistante all'Orizzonte, perchè stando il piano della Calamita pendente, le teste dell'ancorette fuggono, nè così bene s'attaccano. Per quell'effetto meritamente stimato da S. A. S. di scacciare e tirare il medesimo ferro colla medesima faccia,

mando due ferretti, l'uno de' quali, che è quello di tutto ottone tondo, si dee posare sopra una tavola ben piana e liscia, e l' altro, che è dorato, s'applica alla pietra sopra quella linea, che V. Sig. Illustrissima vede segnata d'argento sulla faccia principale, tenendo poi sopra la tavola la Calamita così pendente come il suo taglio comporta, ed andando pian piano per affrontare l'altro cilindretto, che sarà sulla tavola, e vedrà scacciarlo quando se le sarà avvicinato circa l'intervallo d'un dito, ma tirando la mano e la pietra indietro, il medesimo ferretto la seguiterà, fermandosele poi un poco lontanetto, sicchè andando di nuovo ad incontrarlo colla pietra, di nuovo si ritirerà indietro, e sfuggirà l'incontro; e perchè quest' effetto ha qualche poco di difficoltà sì nell'eseguirlo come nello spiegarlo, così con semplici parole, quando non succedesse di poterlo far vedere di presente a S. A. S. glielo farò veder io venendo costà quest' estate per obbedire al comandamento di quella. E questo dico, perchè spero d'esser per trovar la pietra ancora in mano di S. A. S. come cosa stimata da quella degna d'aver luogo tralle altre cose ammirande, sulla qual credenza, ed acciocchè S. A. S. possa insieme compiacere a quel Sig. Oltramontano, essendo io venuto a Venezia, mi son messo a cercare tra questi lapidarj e antiquarj, e ne ho trovato un altro pezzo po-

co minore di mole, ma assai di virtù, sebben la qualità della pietra mostri d'esser di buonissima vena, ma al mio parere non è stata segata per buon verso, talchè chi la riducesse in una palla, come per avventura potria aver in animo quel Sig. acquisterebbe assai forza, e la palla si caverebbe così grande in questo minor pezzo, come nell' altro maggiore. Su questa opinione l'ho presa credendo di far bene, e la mando insieme coll' altra; però V. Sig. Illustrissima mi farà grazia di presentare a S. A. S. colla pietra il mio buon animo, pregandola, che a quello si compiaccia di riguardar solamente, perdonandomi se ho fatto questo di più sopra il suo comandamento, e tanto più, quanto che scrivendo a lui dell' eccellenza dell' altra, mi fu risposto, che la pietra doveva esser mandata in luogo, dove tanta esquisitezza non saria stata peravventura necessaria e stimata molto sopra la mediocrità.

Se la pietra resta appresso S. A. S. io ho nella fantasia alcuni altri artifizj da renderla ancora assai più maravigliosa, e son certo, che non mi falliranno, ma non ho avuto qua la comodità di potergli usare, e son di credere di potergli far sostenere forse quattro volte tanto di quello che lei pesa; il che in una pietra così grande è molto mirabile, perchè io non ho dubbio, che segandola in pezzetti piccoli, se gli potria far sostenere più di tren-

ta libbre di ferro, ed anco quaranta. Io noto in questa pietra, che ella non solamente non si stracca nel sostenere il suo peso, ma sempre s'invigorisce più; però saria bene accomodargli un sostegno su l'andar di questo poco di schizzo, sul quale riposando tenesse tuttavia attaccati i suoi ferri, e per dar qualche poco di spirito a tal corpo, alludendo alla miracolosa natura e proprietà di questa pietra, per la quale i ferri così avidamente se gli accostano ed uniscono in A, potria aggiugnere uno di questi due motti: *Vim facit amor*, o quello del Petrarca: *Amor ne sforza*, simbolo per mio avviso con gentil misterio esplicante l'imperio da Dio conceduto al giusto e legittimo Principe sopra i suoi sudditi, il quale dee esser tale, che con una amorosa violenza a se rapisca la divozione, fedeltà ed obbedienza de' vassalli; e tale sarà quando la potestà regia verrà esercitata non in opprimere, ma in sollevare i popoli a lei commessi, e come questa soprumana virtù nel nostro Serenissimo Principe originaria già divinamente risplende; così confidato su quella libertà, che il titolo di Maestro da S. A. S. già per alcun tempo concedutomi seco porta, mi sono io per mezzo di V. Sig. Illustrissima voluto dimostrare a quella Altezza, non ammonitore, ma ammiratore di così divina condizione, la quale non si desidera, ma già apertamente si scorge nella sua natu-

ral bontà, tacendo per umiltà nel Serenissimo Padre le lodi di questa virtù, che nel Serenissimo Figliuolo ereditariamente si diffonde, all' una ed all' altra delle quali Altezze, ed insieme a Madama Serenissima, supplico V. Sig. Illustrissima, che per mio nome baci umilmente le vesti.

Lettera di Galileo Galilei sopra il Fiume Bisenzio a Raffaello Staccoli.

Da Bellosguardo li 16. di Gennajo 1630.

Sotto li 22. di Dicembre mi fu significato da V. Sig. molt' Ill. ed Eccell. esser volontà del Serenissimo Gran Duca nostro Signore che per li 26. detto, insieme col Sig. Giulio Parigi, e con i due Ingegneri, Bartolotti e Fantoni, io dovessi intervenire in una visita del Fiume di Bisenzio, per sentire le relazioni dei detti Ingegneri, e poter poi col Sig. Parigi referire quanto ci paresse giusto in questa materia, che verte intorno alla resoluzione da pigliarsi per rimediare ai danni, che detto Fiume apporta ai terreni adiacenti.

Tal visita fu dipoi differita per le cause ben note a V. Sig. Eccell. tra le quali una fu, che per avventura dal vedere ed esaminare alcune scritture fatte dai detti Ingegneri, e sopra di esse dir nostro parere,

si potrebbe sopire quelle difficoltà e controversie, che rendon dubbj quelli, a' quali sta il determinare e risolvere quanto si debba fare; perlochè, avendo io veduto quali sieno i pareri delli due Ingegneri, dirò (con quella più chiarezza e brevità che mi sarà possibile) l'opinione mia intorno a questa materia, sempre da me stata tenuta per difficilissima e piena d'oscurità, e nella quale sono stati commessi molti equivoci ed errori, e massime avanti che i professori fussero stati renduti cauti dagli avvertimenti del M. R. Padre Abate D. Benedetto Castelli in quel suo libretto veramente aureo, che sua Paternità scrisse e pubblicò tre anni sono, intorno alle misure dell' acque correnti.

È stato il parere dell' Ingegnere Bartolotti, ed in una sua scrittura l'espone, di ridurre una parte del Fiume, che corre con molta tortuosità, in un canale diritto, stimando di potere in questa maniera ovviare alle inondazioni. Esamina l' Ingegner Fantoni tale scrittura, e molto avvedutamente gli oppone; replica l'Ingegner Bartolotti all' opposizioni, cercando di sostenere essere il consiglio suo l'ottimo, che prender si possa in questo partito.

Ora perchè io inclino nell' altra opinione, che è di lasciare in loro essere le tortuosità, e fare quei restauramenti, che propone l'Ingegner Fantoni, andrò esaminando l'ultima replica del Bartolotti, mo-

strando per quanto potrò, quanto facil sia l'abbagliare in questi oscurissimi movimenti dell' acque.

Persiste dunque l' Ingegner Bartolotti in riprovare come inutile ogni provvedimento che si facesse, fuori che quello del levare le tortuosità, riducendo il Fiume in canale diritto, con dire, il rimedio proposto dall' Ingegner Fantoni essere stato fatto altre volte, cioè quarantaquattro anni fa, ed essersi pur ritornato al medesimo stato di prima.

Ma io vorrei sapere, se la restaurazione fatta in quel tempo, nel così tortuoso Fiume, fu di qualche profitto, o pure del tutto inutile ed infruttuosa. Non credo che si possa dire, che ella fusse totalmente vana, perchè nè l'altro Ingegnere la proporrebbe, nè ci sarebbe alcuno del paese, che non reclamasse a tal proposta.

Se dunque i provvedimenti furono giovevoli, e furono fatti senza rimuovere le tortuosità, adunque l'esser dopo qualche tempo ritornati i medesimi danni, non depende dalle torture, ma da altre cagioni. Che insomma si ritrova essere, che il letto si è ripieno e ristretto, e questo mediante le torbide, che vanno deponendo; e perchè il rimediare alle torbide e loro deposizione è impossibile, però bisogna contentarsi, ed accomodarsi a dovere di tempo in tempo rimovere il deposto.

In oltre, se già si vede, che le provvisioni fatte nelle tortuosità giovavano, e di questo siamo fatti sicuri dall' esperienza, perchè si dee tentare un rimedio dubbio, e che potrebbe (oltre al non apportar giovamento maggiore allo sfogo dell' acque) arrecare altri accidenti dannosi, alli quali l'antiveder nostro non ha potuto forse arrivare?

Ma dirà qui il Bartolotti, avere esso scorti vantaggi tali nel canale diritto e breve, che l' inducono ad attenersi a tal partito, e però noi andremo esaminando essi vantaggi, cioè quelli, che egli stesso produce. E perchè il medesimo afferma di più nei vantaggi, che appresso siamo per esaminare, consistere tutta la somma di questo negozio, e l' altre cose esser tutti pannicelli caldi, (che così li nomina) ed alterazioni di poco momento, e da non le finir mai; però in questi ci fermeremo, e gli anderemo resecando al vivo con flemma e curiosità, e non senza speranza di potere arrecare qualche giovamento, col mostrare, come pur di sopra ho detto, quanto sia facile l' equivocare e l' ingannarsi.

Da quanto scrive l' Ingegner Bartolotti circa questa materia si raccoglie, due esser le principali e massime imperfezioni, le quali egli attribuisce al canale tortuoso, e delle quali per suo parere manca il canale diritto, mentre amendue si partano dal medesimo principio, e vadano a ter-

minare e sboccare nel medesimo fine, sicchè la total dependenza e declività sia l' istessa in questo ed in quello.

La prima delle quali è, che dovendosi distribuire l' istessa pendenza in un canale lungo, quale necessariamente è il tortuoso in comparazione del retto, le parti di esso vengono meno inclinate, ed in conseguenza il moto fatto in esse più lento, e lo scarico dell' acque più tardo.

La seconda è, che l' acqua ripercuotendo nelle svolte del canale tortuoso, viene ributtata e grandemente impedita nel suo corso, talchè, venendo ritardato doppiamente, cioè per la poca pendenza e per gl' incontri delle torture, più facilmente rigonfia e trabocca sopra gli argini, e gli rompe, ed allaga le campagne adiacenti.

Ora per più chiara intelligenza di ciò, che in tal materia mi occorre dire, andrò separando e dividendo l' una dall' altra di queste due imperfezioni, considerando prima quello, che arrechi di tardità al moto la sola istessa declività, ma compartita in un canale lungo, in comparazione della velocità, che l' istessa pendenza induce in un canal corto, posto che amendue fosser diritti; di poi andremo esaminando quali e quanti sieno gl' impedimenti della tortuosità.

Quanto al primo, io produrrò tre proposizioni, le quali non dubito, che

nel primo aspetto parrebbero gran paradossi a chiunque le udisse dire: tuttavia procurerò di renderle credibili, siccome in effetto son vere.

E prima dico, che in due canali, dei quali la totale pendenza sia eguale, le velocità del moto saranno eguali, ancorchè l'un canale sia lunghissimo, e l'altro breve.

Dico secondariamente, che in questi medesimi canali con egual verità si può dire, il moto esser più veloce nel meno inclinato, cioè nel più lungo, che nel più corto e più inclinato.

Terzo dico, che le diverse velocità non seguitano la proporzione delle diverse pendenze, come pare che il detto Bartolotti stimi; ma si diversificano in infiniti modi, anco sopra le medesime pendenze.

Vengo alla prima proposizione, per dichiarazione e confermazione della quale non credo, che dall'Ingegnere Bartolotti, nè da altri mi sarà negato, verissimo essere il pronunziato di colui che dirà, le velocità di due mobili potersi chiamare eguali, non solamente quando essi mobili passano spazj eguali in tempi eguali, ma quando ancora gli spazj passati in tempi diseguali avessero tra di loro la proporzione de' tempi de' loro passaggi; e così per esempio quello, che in quattro ore andasse da Firenze a Pistoja, non si può chiamare più pigro d'un altro, che in due ore andasse da Firenze a Prato, tutta-

volta che Pistoja fusse lontana venti miglia, e Prato solamente dieci; perchè a ciascheduno tocca sottosopra ad aver fatto cinque miglia per ora; cioè avere in tempi eguali passati spazj eguali. E però qualunque volta due mobili scendano per due canali diseguali, se passassero in tempi, che avessero la medesima proporzione, che le lunghezze degli stessi canali, si potranno veramente chiamare esser egualmente veloci. Ora bisogna, che quelli, ai quali sin qui è stato ignoto, sappiano, che due canali quanto si voglia diseguali in lunghezza, purchè le totali pendenze loro sieno eguali, vengono dall'istesso mobile passati in tempi proporzionali alle loro lunghezze, come per esempio: Posto, che la linea retta B D (Fig. XLVI.) sia il livello orizzontale sopra il quale si elevino i due canali diritti e diseguali B A maggiore, e C A minore; dei quali le totali pendenze sieno eguali, cioè misurate dalla medesima perpendicolare A D: dico, che il tempo, nel quale un mobile scenderà dal termine A insino in B, al tempo, nel quale il medesimo scenderà da A in C, averà la proporzione medesima, che gli stessi canali, cioè sarà tanto più lungo, quanto il canale A B è più lungo dell'A C; e questa è proposizione dimostrata da me nei libri dei moti naturali, e dei projetti; onde resta manifesto, le velocità per amendue i canali essere sottosopra eguali.

Io ben comprendo, d'onde ha origine l'equivoco, che altri piglia nello stimar falso quello, che io affermo per vero, per lo che m' ingegnerò di rimuoverlo.

Dice uno; come non si muove più velocemente v. g. una palla pel declive A C, che una simile per A B, se quando quella partendosi dal punto A, sarà arrivata al termine C, questa non avrà passata una parte dell' A B a gran segno grande quanto A C. Ma questo concedo io per verissimo, e conseguentemente concedo ancora, che quando la velocità nel resto della linea A B, fusse quale nella prima parte verso il principio A, il moto resolutamente, e con assoluta verità si dovrebbe chiamar più lento per A B, che per A C. Ma per levar le tende all' equivocazione dico, che la fallacia del discorso depende dal figurarsi con errore i movimenti fatti sopra esse linee A B, A C, come equabili e uniformi, e non come inequabili e continuamente accelerati, quali son in effetto. Ma se noi gli apprenderemo quali sono di due mobili, che partendosi dalla quiete nel punto A, vanno necessariamente acquistando maggiori e maggiori gradi di velocità, secondo la proporzione, che veramente osservano, troveremo esser vero, quanto io affermo. In dichiarazione di che, è primieramente da sapersi, che un mobile grave, partendosi della quiete, e scendendo per un canale diritto in qualsivo-

glia modo pendente, ovvero cadendo a perpendicolo, si va con tal proporzione accelerando, che dividendo il tempo della sua scesa in quali e quanti si vogliano tempi eguali, come v. g. in minuti d'ora, se lo spazo passato nel primo minuto sarà per esempio una picca, il passato nel secondo sarà tre picche, nel terzo minuto passerà cinque picche, nel quarto sette, e così successivamente gli spazj passati nei susseguenti minuti anderanno crescendo secondo i numeri dispari 9 11 13 15. E questa pure è delle proposizioni vere, e da me dimostrate.

Ripigliamo adesso la medesima figura di sopra, nella quale il canale A B, sia per esempio lungo il doppio dell'altro A C, ed intendasi due mobili, quali sarebbero due palle, scendere liberamente per essi, e ponghiamo il mobile nel più declive A C, in un minuto d'ora avere sceso una picca, avrà nel secondo minuto passato tre picche, nel terzo cinque, e nel quarto sette, come dimostrano gli spazj notati e segnati con i numeri 1 3 5 7 e così in minuti quattro averà passato tutto il canale A C, (Fig. XLVII.) posto che sia lungo picche 16. Ma l'altra palla nel canale A B, più lungo il doppio, ed in conseguenza la metà meno declive, pongasi essersi mossa la metà meno veloce (e questo conforme al vero, ed all'opinione dell' Ingegnere) sicchè nel primo

minuto abbia passato mezza picca, ma continuando d'accelerarsi conforme alla regola assegnata e dimostrata, passerà nel secondo minuto tre mezze picche, nel terzo cinque e conseguentemente negli altri minuti 7 9 11 13 15 mezze picche; e perchè nel canale A C si contengono picche 1 3 5 7 che fanno la sopraddetta somma di picche 16. nell'altro A B, che è doppio dell'A C, conviene, che in numero sieno picche 32, cioè mezze picche 64, quante appunto sono le notate 1 3 5 7 9 11 13 15 passate in otto minuti di tempo, e le 16 contenute in A C, passate in minuti quattro. Dal che è manifesto, le velocità nei due canali interi essere sottosopra eguali, poichè nell'uno si passano 16 picche in quattro minuti, e nell'altro 32 in otto minuti: sebbene è anco vero (per la soddisfazione della parte) che la velocità nell'A C è maggiore, poichè nel tempo, che il mobile partendosi da A ha passate le 16 picche A C, l'altro passa solamente le 16 superiori mezze picche; ma è anche vero all'incontro, che in altrettanto tempo si passano le 48 mezze picche, cioè, le 24 intere inferiori verso B, sicchè con altrettanta verità si potrà dire il moto per A B, esser più veloce, che per A C, che era la seconda proposizione, che io aveva proposto di voler dimostrare. Concludiamo per tanto, che pigliandosi i canali interi, le velocità in

amendue sono eguali, ma nella parte superiore del canale lungo (che in questo esempio è solamente la sua quarta parte) il moto è più tardo, ma nelli tre quarti rimanenti è altrettanto più veloce, passandosi nell'istesso tempo spazio una volta e mezzo maggiore di tutto il canale A C. E perchè per lo scarico d'una piena si ha da considerare il corso dell'acqua per tutta la lunghezza del canale, non mi pare, che resti più luogo all'Ingegnere di dubitare (per quanto depende dalla maggiore o minor lunghezza, minore o maggior pendenza delle parti dei canali). Tanto scarica il più lungo e meno declive, quanto il più corto e più pendente, cioè tanto il tortuoso, quanto il diritto.

E qui non voglio lasciar di mettere in considerazione a V. S. Ecc. come potrebbe essere, che alcuno equivocando per un altro verso prendesse errore, mentre si persuadesse non esser possibile, che passando un mobile con tanta maggior velocità il canale più corto e più pendente, non si avesse per esso a scaricare maggior quantità della medesima materia, e in più breve tempo, che il più lungo, e meno inclinato.

Al che io rispondo, e con particolare esempio dichiaro, che dovendo noi scaricare v. g. dieci mila palle d'artiglieria con farle passar per questo e per quel condotto, ed essendo che una palla scorre il

più breve in un minuto di tempo, ma il lungo in due minuti, è vero e manifesto, che quando lo scarico si avesse a fare d'una palla per volta, sicchè non si lasciasse andare la seconda, siu che la prima non fusse condotta al fine del condotto, nè la terza, se non scaricata che fusse la seconda, e così conseguentemente tutte, l'una con tale intervallo dopo l'altra, torno a replicare, che è vero, che lo scarico pel condotto breve si farebbe nella metà del tempo, che per lo lungo. Ma se le palle si lasciassero andare l'una dopo l'altra senza spazio intermedio, sicchè si toccassero, il fatto succederebbe di altra maniera. Perchè posto v. g. che la lunghezza del canale corto fusse capace d'una fila di cento palle solamente, ed il canale lungo di dugento, è vero, che il corto averebbe scaricate le prime sue cento palle, quando il lungo comincerebbe a scaricar la sua prima; ma continuandosi poi lo scarico, e deponendosi le rimanenti palle con egual getto da ambedue i condotti, si troverà il canale breve non si essere avvantaggiato in tutto lo scarico, salvo che di cento delle dieci mila palle, perchè cento sole resteranno da scaricarsi nel canale lungo, finito che sia tutto lo scarico nel corto; e così l'avanzo del tempo non sarà della metà, ma d'un centesimo, e di meno ancora sarebbe, quando maggior fusse il numero delle palle da

deporsi e scaricarsi. Ora lo scarico dell'acque si fa in questa seconda maniera, cioè, con esser perpetuamente le succedenti parti contigue alle precedenti, talmente che lo scarico fatto pel canale corto non si vantaggia (essendo la metà del lungo) d'altro, che d'una sola sua tenuta d'acqua, e duri la piena quanto si voglia. Vedasi ora quante di tali tenute passano nel tempo, che dura essa piena, e si conoscerà l'avanzo esser tenuissimo, anzi pure esser nullo e di niun rilievo; nè la prima tenuta, che scarica anticipatamente il canale corto, esser di nessun danno, nè l'ultima, che resta nel canale lungo; perchè i danni non vengono dalle prime acque, che cominciano ad alzare, nè dall'ultime, che si partono, ma da quelle di mezzo, mentre il Fiume è nel suo maggior colmo. Anzi quando simile avanzo fusse di considerazione, l'utile si trarrebbe dal canale maggiore, essendo che l'acqua, che in esso si contiene, come più lontano dal trabocco, quanto più ciò sarà, tanto ci scanserà del danno.

Da quanto sin qui ho detto, parmi che assai manifestamente si scorga, che il vantaggio, il quale l'Ingegnere si prometteva dalla brevità del canale e dalla maggior pendenza, non sia se non debolissimo, anzi nullo. Ma la sua nullità molto più ancora si estenua (se però il niente è capace di diminuzione) mentre che io le-

verò certa supposizione ammessa fin qui a favore della parte, la quale nel nostro caso non ha luogo, e il supposto ammesso gratis è tale.

Si è conceduto come universalmente vero, che nel canale la metà più corto, e di parti il doppio più pendenti, il moto sia almeno nelle prime parti del canal lungo più tardo il doppio, che nel canal corto; poichè si è veduto, che nel tempo, che il mobile passa le 16 picche assegnate per la lunghezza del canal corto, nel lungo non si passano se non 16 mezze picche, ma ciò non avviene, se non quando il suo moto comincia dalla quiete. Ma se i mobili entreranno nei due canali, mentre ambedue abbiano già impresso un comun grado di velocità; l'accelerazione, che se gli aggiugnerà mercè delle pendenze diseguali dei due canali, non saranno altrimenti, più tra di loro differenti, come se si partissero dalla quiete; e lo spazio, che si passarà nel canale lungo, nel tempo che si passa tutto il corto, non sarà solamente la metà della lunghezza del corto, ma più e più, secondo che l'impeto e la velocità comune precedente sarà stata maggiore e maggiore nella maniera, che segue.

Ripigliamo la precedente figura, dove si era concluso, che posti i mobili nel termine A in quiete, e lì scendendo per i canali A C, A B, nel tempo, che il mobile per A C avesse passato tutto lo spa-

zio A C, l'altro per A B, non avrebbe passato più, che la quarta parte di esso A B, che è la metà di A C, cioè (come allora si esemplificò) in A C si passeranno sedeci picche in quattro minuti, ed in A B otto picche solamente.

Ora poniamo, che i mobili entrando pel comun termine A, (XLVIII.) l'uno nel canale A B, e l'altro nel canale A C, si trovino, non in quiete, ma per aver già scorso per altro canale A E, o per qualsivoglia altra cagione già impressi di tal grado di velocità, che con quello passassero v. g. 10 picche per minuto, che sarebbe il passare comunemente 40 picche in 4 minuti, aggiungasi al mobile, che scorrerà per A C, le 16 picche da passarsi, mercè della nuova pendenza in quei quattro minuti, ed al mobile, che scorrerà per A B, le otto, che passerebbe quando partisse dalla quiete in A, ed averemo, che l'un mobile pel declive di A C passerebbe 56 picche, mentre l'altro per la pendenza simile all' A B ne passerebbe 48. E così si fa manifesto, che la velocità per A C non sarà più doppia della velocità per A B, ma sesquisesta, cioè la sesta parte solamente di più. E se noi faremo la precedente comune velocità essere ancora maggiore, siccome è manifesto, ponendo v. g. che nell'entrare i mobili per i canali A B, A C, si trovassero aver impeto di

far 50 picche al minuto, la velocità per A C, non differirà dalla velocità per A B più di quello che differisca 216 da 208 o vogliam dire 27 da 26. Vedasi adesso, se nel tempo delle piene, cioè dei colmi altissimi, l'entrata pel canale, o corto o più pendente, o lungo o di minor pendenza, si faccia come dall'uscita d'un lago quieto, o pure l'ingresso sia impetuoso e velocissimo, che senz'altro lo troveremo sommamente veloce, e però di guadagno o scapito o nullo, o insensibile, il quale possa provenire dalla maggiore o minor pendenza, la quale anco non può essere se non pochissima, rispetto alla lunghezza dei canali.

Di qui si veda quanto sia sottile il filo di queste pendenze, dal quale dipendeva la somma di questo negozio. Ma voglio che con altra sottilità l'assottigliamo ancor più, mostrando come questa decantata pendenza non ci ha quella assoluta autorità di decretare in questa causa, qual comunemente mi pare gli venga attribuita, e specialmente dall' Ingegner Bartolotti, mentre egli regola il più ed il men veloce corso de' fiumi dalla sola maggiore o minor pendenza. La qual limitazione io stimo non essere interamente adeguata all' effetto, nè tale, che (come scrive l'Ingegnere) oltre a quella non si possa assegnare altro. Perchè, se, come asserisce, i laghi mancano di moto, ed i fiumi si

muovono, perchè questi hanno pendenza, e quelli ne mancano; ed oltre a ciò alcuni fiumi corrono con velocità maggiore, ed altri più lenti, solo per esser quelli più, e questi meno declivi, e non per altro, ne seguiterebbe, che dove non è pendenza, giammai non fusse moto, e dove la pendenza non è maggiore, mai non fusse maggior velocità, e dove le pendenze fussero eguali o la medesima, quivi fusse sempre la velocità eguale; ed in somma, che le velocità s' andassero regolando secondo la proporzione delle pendenze, le quali conseguenze ben seguono nei mobili solidi, ma nei fluidi, credo, che procedano assai differentemente. Dichiarerò quello, che trovo accadere nei solidi, per vedere, se l' istesso accaggia nei fluidi. E prima per solido voglio, che intendiamo una palla di metallo durissimo, perfettamente rotonda e pulitissima, e che ci figuriamo il canale dove si dee fare il moto, pur di materia solida, ed esquisitamente pulito e terso. In questo canale, se sarà locato in perfetto livello orizzontale, sicchè manchi del tutto di pendenza, non è dubbio, che postavi la detta palla, resterà in quiete, trovandosi indifferente al muoversi più innanzi, che indietro, o vogliam dire perchè muovendosi non acquista migliore stato, poichè non s' appressa al centro, dove la natura sua come grave lo tira. Ma

così non avverrà dell'acqua; perchè se noi c'immagineremo esser quella palla una mole di acqua, si dissolverà, e verso l'una parte e l'altra scorrerà spianandosi, e se le bocche del canale saranno aperte, scolerà fuora tutta, salvo che quella minima particella, che rimane solamente bagnando il fondo del canale. Ecco dunque che anco nel canale, che manca di pendenza, e dove i corpi solidi stanno fermi e quieti, li fluidi si muovono. È anco assai manifesta la cagione del muoversi, essendo che l'acqua nello spianarsi acquista pendìo avvicinandosi più le sue parti al centro, ed ella istessa si fa in certo modo pendenza; servendo le sue parti inferiori per letto declive alle superiori, o vogliam dire, sdrucciolando le parti superiori sopra l'inferiori. E qui comincia a farsi manifesto, come non è la pendenza del letto o fondo del canale quella, che regola il movimento dell'acqua. Vediamo ora quello, che accade nei canali di pendenze varie, e quali sieno le differenze di velocità in essi.

Di sopra si è esaminato quello, che accade di due canali di lunghezza diseguali, ma di egual pendenza, dichiarando, che i tempi dei passaggi per essi hanno fra di loro l'istessa proporzione, che le loro lungheze. Ora conviene determinare dei canali egualmente lunghi, ma di pendenza diseguali, nei quali dico, che i tempi de'movimenti fatti per essi hanno la

proporzione suddupla di quella, che hanno le loro pendenze contrariamente prese.

Ma perchè questi termini son forse alquanto oscuri, è bene dichiararli. Però segneremo due canali egualmente lunghi A B, A D, (Fig. XLIX.) ma di pendenze diseguali, sicchè del più inclinato sia l'A D, determinata dalla perpendicolare A E, e quella d'A B, dalla perpendicolare A C, e pongasi per esempio tutta la perpendicolare di A D, cioè A E, importare nove soldi, e la pendenza di A B, cioè la perpendicolare A C, essere soldi quattro. Dico, che essendo le pendenze tra di loro nella proporzione di nove a quattro la proporzione de' tempi, nei quali i mobili passeranno i canali A B, A D, essere, non come nove a quattro, ma come nove a sei, pigliando tra nove e quattro il numero medio proporzionale, che è sei: perchè siccome il nove contiene il sei una volta e mezzo, così il sei contiene il quattro, e questa proporzione del primo numero a quello di mezzo si chiama appresso i geometri suddupla della proporzione del primo al terzo numero. Dico per tanto, che la proporzione dei tempi dei passaggi per i canali A B, A D, sarà come nove a sei, ma contrariamente presi, cioè, che il numero nove pendenza del canale A D, determina il tempo della scesa, non per esso A D, ma A B,

ed il numero medio, cioè il sei, determina il tempo della scesa per A D; sicchè il tempo per A B al tempo per A D, sarà come nove a sei, quando le pendenze di A D, e di A B sieno, come nove a quattro.

La dimostrazione di questa proposizione è posta pur da me nel mio trattato del moto, e tanto si rincontrerà puntualmente accadere nel moto dei corpi solidi; ma non già così risponderà nei fluidi, nei quali si vede far grandissima variazione di velocità, non solamente per piccolo accrescimento di pendenza, che si faccia nel letto del canale, ma ancor che questa non si accresca punto, e pochissimo quella della superficie superiore d'acqua.

Imperocchè, se considereremo quale accrescimento di pendenza possa arrecare al nostro fiume d'Arno, otto o dieci braccia, che egli s'alzi qui da noi da compartirsi in 60 miglia di lunghezza, quale è quella del suo alveo, fino alla sua foce, non ha dubbio, che piccolo dovrebbe essere l'augumento della velocità sopra quella, che le sue acque hanno, mentre son basse, le quali forse non si conducono al mare in 50. ore, dove nelle piene alte arrivano per avventura in manco d'otto, che regolandosi secondo la ragione della semplice pendenza accresciuta, tal differenza di tempo dovrebbe esser pochissima. Perchè posto che la pendenza

del letto del fiume nel tratto di 60. miglia, che sono braccia 180. mila, sia v. g. 100. e tale sia della superficie dell'acqua bassa, nelle piene sarà 108. onde conforme alla regola dell' accrescimento di velocità, pigliando tra 108. e 100. il numero proporzionale di mezzo, che è meno di 104. la velocità nella piena dovrebbe avanzar quella dell' acque basse di manco di quattro per cento, e così se l' acqua bassa corre al mare in 50. ore, nella piena doverebbe mettere 48. e più, ma ella ve ne metterà meno d' otto. Bisogna dunque ricorrere ad altro, per causa del grande augumento nella velocità, che all' accrescimento della pendenza, e dire, che per una delle potenti ragioni è, che nell'accrescere in tal modo la pendenza, s' accresce sommamente la mole e il cumulo dell' acqua, la quale gravitando e premendo sopra le parti precedenti, col peso delle susseguenti, le spinge impetuosamente; cosa che non accade nei corpi solidi, perchè quella palla soprannominata è sempre la medesima in tutte le pendenze, e non avendo augumento di materia sopravvegnente, tanto solo più speditamente si muove nel canale più inclinato, quanto il meno inclinato gli detrae più del suo peso, ed in conseguenza del movimento, che la spigne a basso.

Ora perchè nell'accelerazione del corso dell'acque più colme, poca parte ve ne

ha la maggior pendenza, e molta la gran copia dell' acqua sopravvenente, considerisi, che nel canal corto, sebbene vi è maggior pendenza, che nel lungo, l'acque inferiori del lungo si trovano ben tanto più caricate della maggior copia dell'acque superiori prementi e spingenti, dal quale impulso può soprabbondantemente esser compensato il benefizio, che potrebbe derivare dalla maggior pendenza.

Altre considerazioni potrei produrre per dichiarar maggiormente ancora la brevità del canale non essere apportatrice di quel benefizio, che altri s' immagina; ma mi pare, che il detto fin qui sia assai quanto a questa prima parte. Perlochè verrò alla seconda esaminando gl' incomodi, che molti stimano provenire dalle tortuosità del canale.

Quanto alle tortuosità e flessioni del canale, io non sarei repugnante a concedere, che quando elle fusser fatte d' angoli rettilinei, e massime se fussero acuti o retti, e anco presso che retti, il ritardamento del corso fusse considerabile e anco notabile; ma quando gli angoli fussero ottusi, ancorchè contenuti da linee rette, credo bene, che il ritardamento sarebbe poco; ma quando il fiume andasse, come si dice, serpeggiando, e che le storte fusser in arco, credo resolutamente, che l' arresto sarebbe impercettibile, e

quello, che mi muove a così credere, è questo.

Nel canale diritto per concessione dell' Ingegnere Bartolotti, e credo d' ogn' altro, nessuno ostacolo trova l' acqua corrente ove percuotere, e però non viene deviata e impedita dal suo corso. Ma se il canale si romperà, piegandosi ad angolo acuto o retto, come dimostra la prima figura nella sponda A B C (Fig L.) non è dubbio, che l' acqua, che scorreva lungo la riva A B, intopperà nell' opposta B C, ricevendo qualche ritardamento nel reflettere il suo corso lungo la B C; ma è anco manifesto, che se la flessione A B C fusse ad angolo ottuso, come dimostra la seconda figura, per venir l' acqua men deviata dal precedente corso lungo la ripa A B, assai più agevolmente si svolgerà secondando la B C, e di mano in mano quanto più l' angolo, che la sponda B C fa sopra l' A B, sarà ottuso, tanto più facile sarà il volgersi l' acqua, a tale che il piegarsi per un angolo ottusissimo sarebbe senza verun contrasto o renitenza, e però senza diminuzione alla velocità. Ora notisi prolungando la linea A B in D (Fig. LI.) che l' angolo acuto C B D è quello, che determina la deviazione della linea C B dalla dirittura di A B D, il quale angolo quanto più sarà stretto, tanto più l' ottuso A B C sarà largo, e la reflessione più dolce e facile.

Notisi pertanto il terzo canale A B C (Fig. LII.) piegato in arco sopra il punto B, secondo la circonferenza B E C, e prolungando a dirittura la retta A B in D, si osservi quanto sia grande l'angolo C B D, il quale, come è noto a chi possiede i primi elementi della Geometria, è minore di qualsivoglia angolo acuto rettilineo; per lo che resta chiaro, l'inflessione, che si fa nel punto B dell'arco B C, sopra la retta A B esser più ottusa di tutti gli angoli ottusi rettilinei, ed in somma il passaggio pel punto B, dalla retta A B, nell'arco B C, non esser sensibilmente differente dal cammino diritto. E se noi piglieremo qualsivoglia altro punto nell'arco B C, quale sia per esempio il punto E, tirando la retta tangente F E, avremo parimente l'angolo C E F minore di tutti gli acuti rettilinei e la flessione delle due parti d'arco B E, C E, nel punto E niente differente dal cammino per B E, e per la retta E F. E perchè questo medesimo accade in ogni punto della circonferenza B E C, però possiamo concludentemente affermare insensibile essere la difficoltà nella conversione del corso dell'acqua dal canal retto A B pel curvo A B E C, e però impercettibile il ritardamento. Qui potrebbe per avventura far difficoltà l'Ingegnere, opponendosi con dire, che il mio discorso sia concludente

solamente in quella parte d'acqua, che viene rasentando la sponda A B E C, ma non già nelle parti di mezzo, quali sono le G E, le quali venendo impetuosamente a dirittura percuotono nella parte opposta E, e sopra la tangente F E constituiscono l'angolo rettilineo G E F, al quale si può dire, che sia eguale il misto G E C, e però apportatore d' impedimento al corso. A questo si risponde, che ciò potrebbe accadere nel tempo, che l'acqua fusse bassissima, sicchè qualche rivoletto separato scorresse per mezzo del canale, ma quando l' alveo sia pieno (che è quello stato, che noi consideriamo solamente) nel piegarsi che fanno le parti dell'acqua prossima alla sponda A B E, conviene, che le propinque sue laterali si pieghino esse ancora, e vadano cedendo, e accomodandosi alla medesima svolta. Ma quando pure l' impeto e l' incontro le rendesse alquanto contumaci, che danno ne potrebbe seguire? Io non vedo altro, che fare alquanto più violenza nella sponda opposta circa il punto E; onde fosse bisogno fortificarsi un poco più con gli argini in quel luogo, che negli altri, e forse potrebbe accadere, che l' acqua regurgitando rigonfiasse alquanto sulla svolta; ma questo non diminuirà punto la sua velocità, perchè tale alzamento le servirà per far divenire la sua pendenza maggiore nella parte del canale seguente E C, dove

col crescer velocità, verrà a compensare il ritardamento patito sul principio della svolta, operando un effetto simile a quello, che noi giornalmente vediamo accader nei fiumi assai colmi, mentre nel passare sotto gli archi dei ponti, urtando nelle pile o imposte di detti archi, gli conviene ristringere l'acque, le quali rialzandosi nelle parti di sopra, si fanno pendenza tale sotto gli archi, che correndovi velocissimamente senza scapito alcuno, continuando il corso loro, non consumano un sol momento di tempo di più nel loro intero viaggio, che se avessero avuto il canale libero.

Io so, Ecc. Sig. che in questa mia scrittura sono alcune proposizioni, le quali per aver nel primo aspetto sembianza di paradossi ed impossibili, mi manterranno, anzi mi accresceranno nel concetto di molti l'attributo, che mi vien dato di cervello stravagante e vago di contrariare all'opinioni e dottrine comunemente ricevute anco dagli stessi Professori dell' Arti, e per questo non mi è ascoso, che meglio sarebbe (conforme a quell' utile documento) *tacer quel ver, che ha faccia di mensogna*, che pronunziandolo esporlo alle contraddizioni, impugnazioni, e talvolta anche alle derisioni di molti. Tuttavia in questo ancora son di parere diverso dal comune, e stimo più utile il proporre ed esporre alle contraddizioni pensieri nuovi,

che per assicurarsi dai contradditori empire le carte di cose trascritte in mille volumi; ed in questa occasione V. S. mi riceva e mi spacci per censore, offizio, che pur viene ammesso nella repubblica, e forse tra i più utili e necessarj; e quello, che ho detto, e quel che son per dire, sia ricevuto, non come parto della mia ambizione, acciò che il mio consiglio sia anteposto a' pareri dei più intelligenti di me, ma come nato dal desiderio d' essere a parte nelle migliori deliberazioni, se non positivamente, almeno negativamente, cioè coll' avere additati quelli inconvenienti, che si debbon fuggire; e vagliami la protesta e la dichiarazione, che fo d' esser meno intelligente degli altri a poter più liberamente portare in mezzo le mie fantasie.

Tornando dunque sulle tortuosità del fiume, dirò un altro mio concetto, il quale penso, che sia per giunger nuovo, ed anco esorbitante all' Ingegnere, e forse ad altri, ed è questo, che,

Posta l' istessa pendenza tra due luoghi, tra i quali si abbia a far passare un mobile, affermo la più spedita strada, e quella che in più breve tempo si passa, non esser la retta, benchè brevissima sopra tutte, ma esservene delle curve, ed anco delle composte di più linee rette, le quali con maggior velocità, ed in più breve tempo si passano; e per dichiarazione di

quanto dico, segniamo un piano orizzontale secondo la linea A B (Fig. LIII.) sopra il quale intendasi elevata una parte di cerchio non maggiore d'un quadrante, e sia C F E D, sicchè la parte del diametro D C, che termina nel toccamento C, sia perpendicolare, o vogliamo dire a squadra sopra l'orizzontale A B, e nella circonferenza C F E, prendasi qualsivoglia punto F; dico adesso, che posto che E fusse il luogo sublime di dove si avesse a partire un mobile, che C fusse il termine basso al quale avesse a pervenire, la strada più spedita, e che in più breve tempo si passasse, non sarebbe per la linea, o vogliamo dire pel canale brevissimo E C, ma preso qualsivoglia punto nella circonferenza F, segnando i due canali diritti E F, F C, in più breve tempo si passeranno questi, che il solo E C, e se di nuovo negli archi E F, F C, si noteranno in qualsivoglia modo due altri punti G, N, e si porranno quattro canali diritti E G, G F, F N, N C, questi ancora si passeranno in tempo più breve, che gli due E F, F C, e continuando di descrivere dentro alla medesima porzione di cerchio un condotto composto di più e più canali retti, sempre il passaggio per essi sarà più veloce. E finalmente velocissimo sopra tutti sarebbe, quando il canale fusse curvo, secondo la circonferenza del cerchio E G F N C. Ecco dunque

trovati canali, che hanno la medesima pendenza (essendo compresi tra i medesimi termini E, C) e che sono di differenti lunghezze, nei quali i tempi dei passaggi sono (al contrario di quello, che comunemente si stimerebbe) sempre più brevi nei più lunghi, che nei più corti, e finalmente tardissimo nel cortissimo, e velocissimo nel lunghissimo. E queste sono conclusioni vere, e da me dimostrate nei sopraddetti libri del moto. Questo, che io dico, è vero universalmente non solo quando la superficie del quadrante D E C gli fusse eretta a squadra sopra l'orizzonte A B, ma anco quando fusse quanto si voglia inclinata, purchè il punto E sia elevato più del C, acciò vi sia qualche pendenza, e che l'E D perpendicolare al C D, sia posta parallela all'orizzonte A B. Ma per levare in parte l'ombra, che nel primo pronunziare di tal concetto forse occupò la mente dell'uditore rappresentandolo come paradosso, e manifesto impossibile, consideriamo quello, che accade nei canali segnati E F, F C, come nel principio loro sotto il punto E, l'inclinazione del canale E F è maggiore, che quella del canale E C; sicchè l'impeto per quella dee esser maggiore, che per questa, e tale ancora dee continuarsi per tutto il tratto F C; che sebben poi la pendenza nella parte F C, è minore della pendenza E C, tuttavia la velocità già concepita pel vantaggio di E

F, è più potente per conservare l'acquisto fatto, che non è la declività della rimanente parte di E C, a ristorare il danno della perdita già fatta. Vedasi parimente, che nell'altre figure composte di più linee, la pendenza superiore è sempre maggiore, e finalmente nell'istesso quadrante è maggiore, che in tutte l'altre figure. Aveva pensato in questo luogo di toccare altro accidente più strano in aspetto, e che maschera il vero con faccia di menzogna, più che l'altre cose dette, ma giacchè mi viene in taglio, dicasi, e gl'increduli aspettino in breve la dimostrazione concludente con necessità, onde essi restino appagati, ed io sincerato, e conosciuto per veridico. È paruta disorbitanza il pronunziare, che i due canali E F, F C, si passino in manco tempo, che il solo E C; ma quale assurdo parrà il sentire, che ambedue si passino più presto, che uno di loro; cioè, che partendosi il mobile dal termine E, in tempo più breve si conduca al termine C per gli due canali E F, F C, che pel solo F C, partendosi dal punto F, e pure tale accidente è vero.

Da quanto di sopra ho detto, vorrei che i SS. Ingegneri, e Periti ne cavassero un avvertimento (ma forse di già l'hanno osservato) circa il compartire la pendenza nei canali e letti de' fiumi, che è di non la distribuire ugualmente per tutto, ma andarla sempre diminuendo verso il fine

del corso, come per esempio. Dovendosi cavare un alveo di fiume, dal principio A (Fig. LIV.) sino al termine C, tra i quali estremi vi sia la pendenza notata A B, io non giudicherei l'ottimo compartimento di essa pendenza essere il distribuirla per tutto egualmente cavando il fondo del letto secondo la linea A D C, sicchè le sue parti fossero tutte egualmente inclinate, la qual linea non sarebbe retta, ma colma in mezzo, dovendo quasi secondare la curvità del globo terrestre; ma crederei esser meglio fare il compartimento secondo la circonferenza A E C, cioè dando maggior pendenza nelle parti verso A, e diminuendola sempre verso C, dove non avrei per disordine, quando bene per qualche spazio l'acqua dovesse andare senza pendenza. Nè temerei, ch'ella fusse per allentare il suo corso, essendo sicuro, che nel piano orizzontale (quando non vi sieno impedimenti esterni ed accidentarj) la velocità concepita dal mobile nel modo precedente sopra un piano declive si conserva uniforme, e tale, che nel piano passerà spazio doppio del passato, nell' inclinato in tempo eguale al tempo del passaggio per l'inclinato, mentre il suo principio fu dallo stato di quiete, come io dimostro nel mio soprannominato libro del moto.

E qui voglio mettere in considerazione, come il temere, che un' acqua cor-

rente nel passare per una parte del suo canale, la quale avesse minor pendenza, che le parti precedenti, possa ritardare il suo corso e farla rigonfiare, e finalmente farla traboccare, è, se non m'inganno, timor soverchio e vano, perchè io stimo, che non solo la minor pendenza non ritardi l' impeto concepito nella precedente maggiore, ma che nè anche il puro livello sia bastante a ritardarlo.

E per dichiararmi, posto il canale inclinato A B (Fig. LV.) pel quale sia corso il mobile, e che oltre al B debba passare nella parte B C meno inclinata, dico, che la velocità per A B, non si diminuirà altrimenti nel seguente canale B C, anzi continuerà di crescere, se vi sarà punto di pendenza, o si conserverà, quando sia posto a livello. Dubito bene, che potrebbe forse accadere, che alcuno con un poco d' equivoco si persuadesse, che diminuendosi la pendenza in B C, in relazione di A B, si dovesse anco diminuire la velocità; cosa, che è falsa in relazione al caso precedente pel medesimo canale A B; ma bene è vero in relazione a quello, che seguiterebbe nel canale B D, continuato all' A B, coll' istessa pendenza. Ritarderà dunque il mobile il corso, che farebbe per B D, ma non il fatto per A B, anzi seguiterà d' accrescerlo, ma bene con proporzione minore. Però il dubitare, che per le svolte, le quali nel canale, che va ser-

pendo, possono aver minor pendenza, che altre parti, che più si distendono, secondo l'inclinazione del piano suggetto, si possa fare tal diminuzione di velocità, che l'acqua trattenuta rigonfi e trabocchi, l'ho per evento da non temersi; perchè non è vero, che la velocità si scemi, anzi si va sempre augumentando; se già la svolta non fusse tale, che convertisse la pendenza in salita, al qual caso converrebbe provvedere, ma non credo, che ciò avvenga nel fiume di Bisenzio, nel quale l'acqua ancorchè bassa si muove sempre. Oltrechè il colmo alto trova ben esso modo di farsi la pendenza, dove ne fusse scarsità e mancamento.

Io avrei alcun' altre considerazioni da proporre intorno ad altri particolari, ma perchè la somma del presente negozio, come prudentemente nota l'Ingegnere Bartolotti, consiste in questo punto principalissimo sin qui assai ventilato, mi riserberò ad altra occasione a discorrere circa tal materia più copiosamente, non convenendo anco il tener V. S. Ecc. (occupata sempre in negozj gravissimi) più impedita in cose meno importanti.

Dirò solo qualche cosa per concludere intorno alla deliberazione da prendersi pel restauramento del fiume Bisenzio, che io inclinerei a non lo rimuovere del suo letto antico, ma solo a nettarlo, allargarlo, e per dirla in una parola alzare gli argini

dove trabocca, e fortificarli dove riempie. E quanto alla tortuosità, se non n'è alcuna oltremodo cruda, e che con qualche taglio breve, e di poco incomodo e danno alle possessioni adiacenti si possa levare, la leverei, benchè il benefizio, che si possa ritrarne, non sia di gran rilievo.

Ci sono molte altre incomodità e difficoltà quasi insuperabili promosse e messe in considerazione dall'Ingegner Fantoni nella sua scrittura, le quali non mi è paruto di dover replicare, ma solo confermarle, come importantissime nel presente negozio.

Questo, che ho detto è stato per obbedire al cenno del Serenissimo Gran Duca nostro Sig. significatomi da V. S. molt' Ill. ed Ecc. alla quale dedicandomi e confermandomi servitore, con riverente affetto bacio le mani, e prego felicità.

LETTERE

DI

GALILEO GALILEI,

DEL PADRE

D. BENEDETTO CASTELLI,

E

DEL NOZZOLINI

In proposito della stima d' un Cavallo.

Lettera d' Andrea Gerini al Nozzolini.

Di Firenze il dì 24. Aprile 1627.

Io mi son trovato alli giorni passati in una conversazione dove si disputava un punto di matematica, e perchè la gente si pugneva, sono ricorsi per la sentenza al Sig. Galilei; e perchè una parte non si quieta, mi è venuto in pensiero di scrivere a V. S. per sentire la sua opinione, della quale se ne vuol favorire, so che

sarà gradita, quando però sia con suo comodo e senza interrompimento di altri suoi studj. Il punto è questo.

Un Cavallo vale veramente cento scudi, da uno è stimato mille scudi, e da un altro dieci scudi, si domanda chi abbia di loro stimato meglio, e chi abbia fatto manco stravaganza nello stimare. Se a V. S. pare farci sopra un poco di discorso con sua opinione, a lei me ne rimetto, e ho preso questa sicurtà, sapendo, che si diletta di curiosità. Nuove non ho da darne, che però farò fine con ricordarmegli servitore, e da Dio pregargli lunga vita in sua grazia.

Lettera del Nozzolini in risposta all' antecedente.

Di S. Agata il dì 26. Aprile 1627.

Il dubbio, che V. S. mi propone, mi par così facile da risolvere, che io dubito di non l'intendere, e che ci sia sotto qualche difficultà da me non conosciuta; e dicendomi V. S. che costì ne sia nata disputa e controversia fra i begl' ingegni di Firenze, dovrei tacere, e confessando la mia ignoranza, più tosto aspettarne la soluzione degli altri, che io dirne cosa alcuna; ma per obbedire a V. S.

dirò in ogni modo quello, che io ne sento, confidando, che se ella conoscerà, che io ne favelli imprudentemente, straccerà questa mia lettera, e senza mostrarla ad altri ricuoprirà la vanità de' miei ragionamenti.

Il dubbio è questo: una cosa val 100. da uno è stimata 1000, e da un altro dieci, si domanda qual di loro abbia stimato meglio, e chi abbia fatto minor stravaganza.

A questo così a un tratto risponderei, che se quel primo si discosta dal giusto per 900. e quel secondo per 90. chi non vede, che il primo commette dieci volte maggiore stravaganza, che il secondo? so bene, che mi si può opporre, che il primo stima dieci volte più del giusto, ed il secondo dieci volte meno, e però la stravaganza del primo nel più viene a esser simile, ed eguale a quella del secondo nel meno. A questo io rispondo, che questa sorta di considerazione di proporzione non ha luogo nei conti de' mercanti, e per meglio esplicarlo dico così. Non è dubbio alcuno, che il comprare, vendere, prestare, rendere, barattare, e simili altri traffichi della mercatura appartengono a quella parte della Giustizia, che si chiama commutativa, della quale è offizio aggiustare le disuguaglianze delle nostre commutazioni, quali anticamente consistevano in semplici baratti di quelle robe, che avanzavano a noi, e mancavano a un altro, con quelle

robe, che avanzando a lui mancavano a noi, nel qual caso si trovavano due difficoltà, la prima dell' opportuno riscontro, v. g. che io a chi avanza il vino, e mancano le scarpette, mi abbatta a trovar uno, a chi avanzino le scarpette, e manchi il vino; la seconda del saper conoscere quante scarpette meriti un barile del mio vino. E per questo fu necessario trovar la moneta, che a guisa di una mercanzia comune ci servisse per giudice, e prezzo di agguagliar giustamente i nostri traffichi, ed in questo aggiustamento dicono i Politici, che si dee osservare la proporzione aritmetica, e non geometrica.

Proporzione geometrica, s' intende quella abitudine, quel rispetto, che si trova tra quattro numeri, ovvero altre magnitudini, delle quali la prima abbia la medesima forza sopra la seconda, che la terza sopra la quarta, come per esempio, perchè il 10 ha la medesima forza sopra il 5, che il 4, sopra il due, questi quattro numeri 10. 5: 4. 2. si chiamano proporzionali di proporzione geometrica, la quale può ancora trovarsi in tre termini soli, v. gr. la medesima forza, che ha l' 8 sopra il 4. l' ha il 4 sopra il 2. ma perchè quel 4. di mezzo si piglia due volte, anco questa, che par di tre termini, viene a esser di 4.

La proporzione aritmetica risguarda il sopravanzo, e si ritrova tra 4. numeri, dei quali il primo avanzi tanto il secondo,

quanto il terzo avanza il quarto, secondo la qual proporzione questi quattro numeri 10. 8. 4. 2. sono proporzionali, perchè di tanto il 10 avanza l'8, di quanto il 4 avanza il 2: e anco questa può stare in tre termini; come 6. 4. 2. dove il 6 tanto avanza il quattro, quanto il 4 avanza il 2. Di queste due specie di proporzione dicono, che la geometrica si osserva, e si adopra in quella parte della giustizia, che si chiama distributiva, alla quale si appartiene distribuire giustamente i premj al merito, e le pene al delitto. Per tanto se il mio merito sarà doppio del vostro, anco la mia rimunerazione dovrà esser doppia della vostra, se il mio delitto sarà duplo del vostro, anco la mia pena dovrà esser doppia della vostra, se il mio delitto sarà triplo del vostro, anco la mia pena dovrà esser tripla della vostra, nella qual distribuzione apparisce evidentemente la detta proporzione geometrica.

Ma nella giustizia commutativa questa proporzione geometrica non ha luogo, ma sibbene l'aritmetica, come si può vedere in questo esempio. Pongasi, che noi facciamo una divisione di mercanzia comune; a voi tocca lana, e a me seta, e ricorrendo al Giudice del prezzo e della moneta, troviamo, che voi avete avuto lana per ventiquattro scudi, ed io ho avuto seta per scudi sei. Qui bisogna aggiustare questa disuguaglianza riducendola in

numero mezzano tra il ventiquattro ed il sei, che aggiusti la nostra mercanzia. Ora dico, che questo numero mezzano non dee aver mezzanità di proporzione geometrica, che il ventiquattro abbia sopra lui la medesima forza, che egli ha sopra il 6. perchè se noi lo volessimo tale, noi avremmo a multiplicare insieme i due estremi, cioè 6 con 24, che fanno 144. e di questo si arebbe a pigliare la radice quadrata; cioè trovar un numero, che multiplicato in se stesso faccia 144, il quale è 12, e questo tal 12 sarebbe mezzano di proporzione geometrica fra i due sopraddetti estremi. Ora se noi riducessimo la disuguaglianza della nostra commutazione a questo 12, cioè se voi deste a me sei dei vostri scudi, sicchè congiunti colla seta mi facessero la somma di 12. scudi, io non avrei altrimenti il conto mio, perchè a voi resterebbe lana per diciotto scudi, e io fra danari e seta non ne avrei se non dodici. Ma se in questo caso noi ricorriamo alla proporzione aritmetica, si farà il giusto bilancio del negozio; il numero mezzano di proporzione aritmetica si trova, non multiplicando, ma raccogliendo insieme gli estremi, e dividendo pel mezzo il raccolto, però raccogliendo 24 con 6, che fan 30, e dividendo pel mezzo, ne viene 15. e questo 15 è il vero mezzo della nostra divisione, perchè tanto è minore del 24, quanto maggiore del

6: però se voi darete a me nove de' vostri scudi, io ne averò 15, e voi 15, e si sarà aggiustata la nostra disuguaglianza.

Ora applicando le cose dette al proposito nostro, se noi consideriamo i tre numeri posti di sopra nella proposta del dubbio, cioè 1000. 100. 10. noi vediamo, che fra essi è proporzione geometrica, la quale non ha luogo nella giustizia commutativa, e però non può esser buona a difendere la grande stravaganza, che si trova nel caso nostro: poichè il primo si parte dal giusto per 900, ed il secondo per 90. E sebbene qui si parla di stima, e non di baratto o di vendita, nondimeno il medesimo giudizio si ha da far di lei, che di loro, poichè la stima s' indirizza alla vendita ovvero al baratto, o, per dir meglio, sono una cosa medesima, poichè la stima non è altro, che una compra non anco ratificata, e la compra non è altro, che una stima di già accettata, e però le stravaganze delle stime debbono esser ridotte all' aggiustamento per la medesima strada della proporzione aritmetica, per la qual si vede, che allora sarebbero egualmente lontani dal giusto, quando il vero prezzo della cosa fusse 505, dal qual il primo si discosta nel più per 495, ed il secondo nel meno similmente per 495, sicchè possiamo concludere, che maggiore stravaganza faccia lo stimatore del 1000. che quel del 10.

Forse alcuno dubiterà come sia vero, che la proporzione geometrica non abbia luogo nella giustizia commutativa, e ne'traffichi mercantili, poichè noi vediamo, che tutti i conti e le ragioni di mercanti sono fondati sopra la regola del tre, se 8 mi dà 6, che mi darà 4? la quale è geometrichissima. A questo si risponde, che è vero, che detta regola del tre ci serve a ritrovare i conti e i prezzi delle mercanzie, ma nell' aggiustare le disuguaglianze delle commutazioni non ha luogo, come abbiamo mostrato di sopra. Ma di nuovo potrebbesi opporre, che nell' aggiustare i traffichi delle compagnie, dove uno mette 1000, l' altro 2000, e l'altro 3000. o altra somma di scudi, quando si viene a bilanciare il guadagno, che si perviene a ciascuno, non si adopra altro, che la geometrica regola del tre. A questo risponderei, che questa azione di vedere qual parte di guadagno tocchi a ciascuno degli interessati è azione di giustizia distributiva, poichè in essa si ha riguardo di merito, e di retribuzione di premio e di guadagno, secondo che altri ha meritato, sicchè non è maraviglia, che vi si adopri la proporzione geometrica. E questo è quanto ora mi occorre dire per soluzione del dubbio proposto, dove se avrò detto molte semplicità, V. S. dee in un medesimo tempo scusar me (che non ho saputo più là) e accusar se stessa, che in quelle dif-

ficultà, che fanno dubbio agli elevati ingegni Fiorentini, si ricorra a un Pretazzuol di contado, che ne dia sentenza definitiva; e le bacio le mani, pregando Nostro Signore Dio per ogni sua prosperità.

Lettera del Nozzolini a Andrea Gerini.

Di S. Agata il dì 10. Maggio 1627.

Ho ricevuto la lettera di V. S. insieme col parere del Sig. Galilei sopra il quesito, che ora si va disputando per Firenze; ed in verità se io avessi da principio saputo, che una persona di tanta stima e di tanto sapere avesse sopra di ciò pubblicato sue scritture, io non avrei in modo alcuno scritto a V. S. quel che io me ne giudicassi, perchè io debbo ben credere, che più vagliano i sogni di un tal uomo, che le più esquisite considerazioni, ch' io sapessi mai fare. Ma poichè io ne ho già scritto a V. S. e poichè ella mi comanda, che io consideri questa scrittura del Sig. Galilei, e che essendo ella contraria alla mia, io dica se altro ho da dire per confermazione del mio detto; e perchè io so, che gli uomini dotti non si sdegnano, se qualunque minima persona produca in mezzo i suoi pensieri per investigazione della verità, non mi periterò a dir di nuovo qualche cosa intorno a que-

sto quesito, nel qual si cerca qual sia maggior stravaganza stimar 1000. ovvero stimar 10 quel, che veramente val 100.

Per decisione di questo dubbio il Sig. Galilei primieramente distingue, che in questo caso si può adoprare o la proporzione aritmetica, ovvero la geometrica. E che adoprando la seconda farà maggior stravaganza lo stimator del mille, che quel del 10. e adoprando la seconda le stravaganze saranno eguali; poi determina, e dice, che assolutamente qui si dee adoprare la proporzione geometrica, e di ciò non adduce altra ragione, che questa. Che se noi volessimo in questo caso servirci della proporzione aritmetica, ne seguiterebbe, che chi stima 200 una cosa, che val 100, farebbe maggior stravaganza, che chi la stimasse uno scudo solo, poichè il primo si parte dal giusto aritmetico per 100 scudi, ed il secondo per 99. Ma questo, dice egli, è cosa del tutto irragionevole, e vuole, che minore stravaganza faccia quel del 200 che quel dell'uno, perchè il primo stima solamente due volte più, ed il secondo 99. volte meno del dovere, ec.

A questo io rispondo, che quello, che dal Sig. Galilei è stimato cosa irragionevole, appresso di me non è inconveniente alcuno, e penso, che minore stravaganza e minor lontananza dal vero commetta lo stimator dell' uno, che quel del 200, e per provarlo dico così.

Quando si ragiona di due numeri, o linee, o altre magnitudini, delle quali si vada cercando qual sia maggiore, e qual minore, ovvero se elle siano eguali, per volerne rettamente giudicare bisogna ricorrere alla misura, e in misurando si ha da aver riguardo a due cose, prima di adoperar la medesima misura, e non diverse misure; la seconda di guardar quante volte la detta medesima misura entri nelle proposte cose, se si adoperassero diverse misure, v. gr. in una cosa il braccio, e nell'altra la canna, sebbene entrasse tante volte il braccio nell'una, quanto la canna nell'altra, non per questo le suddette cose sarebbero eguali.

Stando ferma questa verità, della quale non è da dubitare in modo alcuno, dico, che la proporzione geometrica non è il caso a giudicar la maggioranza o egualianza di due cose, come quella, che non adopera la medesima misura, ma diverse, e solamente ha riguardo, che l'una misura entri tante volte in una cosa, quante l'altra misura nell'altra cosa, come si vede in questo esempio; il 90 ha la medesima forza sopra il 30, che il 30 sopra il 10; e però questi tre numeri 90 30 10 sono proporzionali geometricamente, ed in quanto al numero delle misure la cosa sta pari; perchè il 10 entra tre volte nel 30, ed il 30 entra tre volte nel 90. Ma la misura è diversa, poichè il 10 misura tre

volte il 30 con una misura di 10 braccia, ed il 30 misura tre volte il 90, con una misura di 30 braccia.

Inoltre la proporzione geometrica non solamente nelle sue misure adopra diversità specifica, ma ancora diversità generica, cioè si serve di misure tra loro tanto diverse, che non hanno niente che fare insieme, come si vede in quel teorema, nel quale si prova, che in quei triangoli, che hanno la medesima altezza, tanta forza ha la base sopra la base, quanta il triangolo sopra il triangolo, dove le basi si misurano con una linea, e i triangoli con una figura. E questa diversità di misure non dà fastidio alla proporzione geometrica alla quale basta, che tante volte entri la linea nella linea, quanto la figura nella figura; ma non è già buona a vedere, che abitudine abbia la linea colla figura. Piglio un altro esempio nella materia della giustizia distributiva, alla quale è appropriata la proporzione geometrica. Voi avete servito alla Repubblica 10 mesi, ed io venti mesi, onde se a voi si conviene di premio 50 barili di vino, ovvero 30 stajora di terreno, ovvero 12 libbre di argento, viene a me il premio di 500 barili di vino, ovvero 60 stajora di terreno, ovvero 24 libbre di argento. Qui il merito si misura col mese, ed il premio col barile, o collo stajoro, o colla stadera. Tutto questo dico per mostrare, che di quelle due cose, che

si ricercano a misurare perfettamente, la proporzione geometrica non ha riguardo se non a una sola, cioè al numero delle misure, ma di adoperare diversa misura di diversità specifica o generica non fa caso nessuno.

Ora applicando questa verità alla soluzione del dubbio dico, che è vero, che quello, che stima 1000 stima 10 volte più, e quello, che stima dieci, stima dieci volte meno, e così quanto al numero delle misure sono in eguale stravaganza. Ma la misura è molto diversa; il primo è lontano dal vero per dieci misure grandi di 100 scudi, e il secondo è lontano per dieci misure piccole di dieci scudi, e però non si possono domandare eguali queste due stravaganze e lontananze; siccome noi non diremmo, che da S. Maria del Fiore fussero egualmente lontani il Campanile, ed il S. Giovanni, per esser il Campanile lontano dieci passi di bambino, ed il San Giovanni dieci passi di gran gigante. Similmente nel secondo esempio. È vero, che chi stima 200 quel che val 100, è lontano per un doppio solo, e chi lo stima uno è lontano per 99 meno, ma quel doppio solo è una misura tanto grande, che supera quelle 99 misure del meno.

Ma se noi ci serviremo della proporzione aritmetica, noi troveremo, che questa è accomodatissima a giudicare di queste stravaganze, poichè ella adopera la

medesima misura; v. gr. questi tre numeri 14, 10, 6, sono in proporzione aritmetica, poichè il 14 avanza tanto il 10, quanto il 10 avanza il 6, e questi tali avanzi si misurano colla medesima misura dell' unità, la quale entra quattro volte nell'avanzo del 14 sopra il 10, e quattro volte nell' avanzo del 10 sopra il 6. Similmente se nella stima del 1000 e del 10, noi facessimo, che il vero prezzo fusse 505, allora queste stravaganze e lontananze sarebbono eguali misurate colla suddetta misura dell' unità, che entra 495 volte nella lontananza fra il 1000, e il 505, e similmente entra 495 volte nella lontananza fra il 10, e il medesimo 505. Per la qual cosa parmi, che si possa conchiudere, che nel nostro caso ci dobbiamo servire della proporzione aritmetica, e non della geometrica; la qual ragione aggiunta a quelle, che io dissi nell'altra lettera, tanto più dovrà confermar questa verità; e questo mi basti aver detto in questa materia.

Ma con tutto ciò per modo di facezia e per burlar un poco con V. S. mi pare di aggiugnere in quest' ultimo, che se questa mia decisione non le piacesse, io la indrizzerò a un Giudice, e a un foro competente, il quale ogni giorno determina e giudica sopra tal questione, e ne ha la soluzione prontissima, che ogni dì la mette in atto pratico: questo tal

Giudice è il foro de' beccai. Io ho veduto molte volte, che i beccai e con i contadini, e fra lor medesimi entrano in dispute, ed in iscommesse di chi si appressa più alla stima del peso di un porco o di una vitella, e ho veduto, che se uno la stimerà libbre 48 e l'altro libbre 12 quando si viene al giudizio della stadera, se si trova, che quella tal cosa pesi libbre 30 si determina, che nessuno vinca, ma da 30 in giù si dà la vittoria a quel del 12, e da 30 in su a quel del 48, e non ho veduto, che la proporzione geometrica appresso questi Giudici sia di momento alcuno; e sebbene geometricamente fra il 48 e il 12 il numero mezzano proporzionale è il 24, nondimeno da questo foro il 24 e gli altri fino al 29 inclusivamente sono aggiudicati a favore di quel del 12, e pure questi, e queste scommesse sono non solamente simili, ma anco una cosa stessa col caso nostro; attalchè mi par gran maraviglia, che appresso ai nobili spiriti Fiorentini si abbia a revocare in dubbio con tante dispute e scritture quel Problema, che appresso a' beccai è deciso noto e manifesto già mille anni sono. E però se in questa lite da alcuno mai sarà dato la sentenza contro, io prometto a V. S. di volere muovere appello al foro de' beccai, il qual per sua particolar prerogativa merita di esser chiamato il foro della giustizia, poichè ogni beccajo

sa così bene adoperare con una mano la bilancia, e coll' altra il coltellaccio, che pare che si possa con verità affermare, che ciascuno di loro sia una giustizia, e con questo fine a V. Sig. bacio le mani, pregandole da Dio ogni contento.

Lettera di Galileo Galilei.

Per la decisione del caso, che si disputa tra le parti, che è chi de' due stimatori abbia meglio stimato, e minore stravaganza abbia fatto circa la stima di una cosa, che veramente val cento, quello che la stimi mille, o quello, che la stimi dieci; parmi, che prima si debba stabilire ciò, che importi stimar giusto e bene, e quello, che importi stimare ingiusto e stravagantemente.

Stimerà giusto e bene quello, che stima cento la cosa, che giustamente val cento; devieranno dalla giusta stima, e stravagantemente quelli, che la stimeranno più, o meno del giusto. E di questi colui commetterà maggiore stravaganza, che più esorbitantemente dal giusto prezzo o nel più, o nel meno devierà. E perchè parrà forse ad alcuno, che deviare egualmente dal giusto nel più e nel meno possa intendersi in due modi, cioè o in proporzione aritmetica (che è quando l' eccesso del più sopra il giusto è eguale all' eccesso

del giusto sopra la minore stima, come se il giusto sia dieci, e l'una stima sia dodici, e l'altra otto, dove le differenze sono eguali, cioè due) o in proporzione geometrica (che è quando la maggiore stima al giusto ha la medesima proporzione, che il giusto alla minore, che sarebbe quando uno stimasse venti quello che val dieci, e l'altro lo stimasse cinque, dove l'uno stima il doppio più, e l'altro la metà meno, e che così in conseguenza deviare più dal giusto s'intenda, quando nel primo modo l'uno eccesso sia maggior dell'altro, e nel secondo la maggior delle due stime riguardi il giusto con maggiore proporzione di quella, che avesse il giusto alla minore stima): è necessario stabilire in quale delle due maniere si debbe intendere il presente caso.

Dico per tanto, che assolutamente si dee intendere della proporzione geometrica, e non dell'aritmetica. Imperocchè stando pure nell'istesso caso, quando della proporzione aritmetica intender si dovesse, non solamente quello, che stima mille la cosa, che val cento, sarebbe più cattivo stimatore dell'altro, che la stimasse dieci, ma colui ancora, che la stimasse dugento, commetterebbe stravaganza maggiore, che quello, che la stimasse uno, essendo che l'eccesso del dugento sopra il cento (che è cento) è maggiore dell'eccesso di cento sopra uno, che è 99. E così lo stimatore,

che stimasse dugento scudi un cavallo, che giustamente valesse cento, meriterebbe di esser chiamato più cattivo stimatore di quello, che lo stimasse un solo scudo, che è quanto se altri dicesse, che quello, che stima il cavallo il doppio di quel che veramente vale, commette maggiore stravaganza nella stima, che quello che lo stima la centesima parte; cosa del tutto irragionevole, e che non cade, quando le differenze si considerano nella proporzione geometrica, secondo la quale quello, che stima uno, fa esorbitanza tanto più dello stimatore di dugento, quanto la proporzione di cento a uno è maggiore di quella di due a uno, cioè di dugento a cento.

Le deviazioni dunque delle stime dal giusto si deono giudicare secondo la proporzione geometrica; e così quello, che stima una roba la centesima parte di quello che ella vale, è assai più esorbitante stimatore, che quello, che la stima il doppio più, e in conseguenza egualmente deviano dal giusto quelli due, che stimano uno il doppio più, e l'altro la metà meno, uno il decuplo del giusto, e l'altro la decima parte solamente.

Aggiungasi, che non si può ragionevolmente credere, che le parti nel principio della presente controversia intendessero della proporzione aritmetica, perchè ciò sarebbe un voler supporre due troppo gravi mancamenti, uno nell'una, e l'altro nel-

l' altra parte, cioè, che l'uno ignorasse, che il 900. è più del 90. e che l'altro con poca coscienza sopra tale ignoranza dell' avversario cercasse di guadagnarsi il premio della scommessa. Concludo per tanto, che li due stimatori abbiano egualmente esorbitato e commesse eguali stravaganze nello stimare l' uno mille, e l'altro dieci quello che realmente val cento.

Lettera di D. Benedetto Castelli ad Andrea Arrighetti,

Con mio particolar gusto ho letta la lettera di V. Sig. e la decisione del Sig. Galileo, nella quale non solo ho notata la rettitudine del giudizio, ma la chiarezza ancora de' motivi, solita del Sig. Galileo, e in segno della replicata da me lettura ho preso ardire di significare a V. Sig. alcune cosette non in maggior confirmazione della decisione, ma per mostrare, che la verità ha i riscontri da tutti i versi.

Prima dunque supponendo nel caso nostro, che il cavallo, che val cento, sia stimato male nel più, e sia la stima 200. io domando all' amico suo quanto si doverebbe stimare nel meno con eguale errore? è forza rispondere, che bisogna stimarlo nulla, per servare la proporzionalità aritmetica, perchè tanta differenza è

dal nulla al cento, quanto dal 100 al 200. Ora il voler poi dire, che tanto abbia fatto stravaganza quello che stima il doppio, quanto quello che stima nulla, mi par troppo gran debolezza, massime che fortificando il mio dubitare, suppongo che il cavallo, che realmente val cento, sia stimato scudi trecento, e dimando di nuovo quanto si dee stimare nel meno coll' eguaglianza aritmetica? dove bisogna rispondere spropositi immensi.

In oltre io considero, che essendo stimato un cavallo, che val cento, da uno stimatore uno scudo, e da un altro cento novantanove scudi, queste due stime dall' amico suo deono essere tenute egualmente esorbitanti, essendo in tutte e due la differenza novanta nove. Ma dall' altro canto se noi consideriamo il negozio mercantilmente, le perdite e il guadagno nella prima stima sono a ragione di 9900. per cento, e le perdite e i guadagni nella seconda stima vengono solo a esser a ragione di novantanove per cento; attalchè in conto alcuno le stime fatte con egualità aritmetica non possono esser egualmente esorbitanti. Io qui scuserei l'amico suo volentieri se non resta persuaso, non essendo egli mercante, e avendo tralasciati gli studj della Matematica per attendere a' più sicuri delle Leggi, ma vorrei, che almeno considerasse la trita legge *Rem majoris pretii C. de rescind. vendit.* dove si vede, che

l'Imperatore considera la stravaganza del prezzo colla proporzionalità geometrica, non aritmetica, ec.

Lettera del Nozzolini ad Andrea Gerini.

Quando io scrissi l'ultima lettera a V. Sig. scrissi tanto in fretta, che io non ebbi agio a dichiararmi così chiaramente come io avrei voluto, però le mando la presente, la quale contiene il medesimo, ma più apertamente esplicato.

Con lettera di V. Sig. ho ancora ricevuto quella del suo amico di Roma, nella quale sono opposte tre opposizioni contro la nostra opinione; la prima è questa. Quando quel cavallo, che val cento scudi fu stimato con eccesso nel più scudi dugento, a voler nel meno adoperar la proporzione aritmetica, cioè allontanarsi dal giusto per scudi cento, bisognerà stimarlo niente, la qual cosa è uno sproposito immenso, perchè dal cento al dugento è pur qualche abitudine o ragione o rispetto, ma dal cento al nulla non è abitudine nè rispetto alcuno.

A questa opposizione mi è facil cosa rispondere, perchè io mi ricordo, che fin quando io era fanciulletto sapeva dire simili stime coll' eccesso nel meno corrispon-

dente a quello del più. Quando io andava in mercato a comprar delle pere, mentre io sapeva, che elle valevano un quattrin l'una, se il venditore me ne chiedeva due quattrini dell'una, io gli diceva non già di volergli dar nulla dell'una, perchè ben vedeva, che avrei detto uno sproposito, ma di voler due pere per un quattrino, e se egli mi chiedeva tre quattrini dell'una, e io diceva di volerne tre per un quattrino. E queste mi pajono le risposte convenienti coll' eccesso del meno corrispondente all' eccesso del più. Per tanto nel proposito del cavallo, che val cento ec. alla stima soverchia del dugento corrisponde domandar due cavalli per cento ec. perchè siccome il primo vuol due paghe per un cavallo, così il secondo vuol due cavalli per una paga, e non per questo segue, che volendo due cavalli per cento scudi egli venga a stimarli cinquanta scudi l'uno; ma dice questo per fare una stima, che gli giovi tanto nel meno, quanto gli nuoceva quell' altra nel più, il qual giovamento non poteva trovare sopra un cavallo solo, sebben l'avesse stimato il meno, che si potesse. Ed in ambedue queste stime viene in virtù a esser nascoso quel niente o nulla, che ci era di sopra opposto, perciocchè lo stimatore del dugento chiede due paghe, per l'una delle quali vuol dare un cavallo, e per l'altra non vuol dar nulla; e lo stimator del meno chiede due cavalli, per

l'uno de' quali vuol dar la giusta paga, e per l'altro non vuol dar nulla. Ma questo tal nulla non apparisce così spropositato, come sarebbe a dire di stimar nulla quel caval solo.

La seconda opposizione è questa, se il cavallo di cento scudi da uno stimatore fusse stimato centonovantanove, e da un altro uno scudo solo, qui sarebbe la proporzione aritmetica, perchè di tanto il centonovantanove supera il cento, di quanto il cento supera l'uno; ma mercantilmente poi i guadagni e le perdite verrebbono molto diverse, perchè secondo la prima stima quando il cento diventa centonovantanove si guadagna novantanove per cento, ma nella seconda quando l'uno diventa cento si guadagna 9900 per cento, perchè se uno mi dà cento, il centinajo mi darà 10000. che detrattone il capitale de' cento scudi ci resterà di guadagno 9900. per cento.

A questo io rispondo, che qui si scambiano le carte in mano, cioè si entra di un proposito in un altro. Noi abbiamo la stima giusta, che è cento, e ne abbiamo due ingiuste, una nel più, che è centonovantanove, e una nel meno, che è uno. Nel primo processo si va dalla stima giusta verso l'ingiusta dicendo, se cento mi diventa centonovantanove, si guadagna novantanove per cento; nel secondo processo si doverebbe similmente andare dalla giu-

sta verso l'ingiusta dicendo, se cento mi diventa uno, si perde novantanove per cento, e così la cosa tornerebbe esquisitamente del pari. Ma l'oppositore dopo che nel primo processo è ito dalla stima giusta all'ingiusta, cioè dal cento al centonovantanove; poi nel secondo processo va al contrario dalla stima ingiusta verso la giusta, dicendo, se uno mi diventa cento, il cento guadagnerà 9900. Ma che sproposito è questo? quando si è mai ragionato nel caso nostro, che l'uno ci abbia a diventar cento? si è ben ragionato, che il cento per una stima diventi centonovantanove, e per un'altra stima diventi uno, e così come per la prima si guadagna novantanove per cento, così per la seconda si perde novantanove per cento, e così la cosa torna del pari.

Ma perchè forse potrebbe dir l'oppositore di voler accomodar questi numeri a suo modo, e far questi processi a suo beneplacito, o pigliar per antecedente e per conseguente qual gli torna più comodo, io non voglio pigliar contesa con lui sopra di ciò, ma gli voglio conceder liberamente, che secondo queste stime non riescano bene i conti de' guadagni e delle perdite del tanto per cento. Ma che inconveniente ne segue per questo? Chiara cosa è che il guadagno di tanto per cento si trova per la via della regola del tre, la quale è geometrica in tutto e per tutto. Or che mara-

viglia sarà se da un fondamento di numeri disposti secondo la proporzione aritmetica, non seguitino bene i conti che procedono per via di proporzione geometrica? questo non è inconveniente nessuno. Anzi inconveniente non piccolo si vede nel suo argomento e nella sua opposizione, che ha in se quel difetto, che dai Logici è domandato *petitio principii*, cioè assume come noto e manifesto quello di che si disputa, e che si dee provare. Perciocchè noi siamo ora su questa disputa, se in queste stime si deva adoperare la proporzione aritmetica ovvero la geometrica, ed egli argomenta così: non si dee adoperare la proporzione aritmetica, perchè non vi è dentro la geometrica regola del tre. Quanta forza abbia questa ragione giudichilo ciascuno.

La terza opposizione è posta in una Legge citata dall' oppositore, nella quale dice, che l'Imperatore considera la stravaganza del prezzo secondo la proporzione geometrica. Qui io non posso dir cosa alcuna. Io non ho mai studiato Legge, e non ho pur un libro di tal professione. E qui intorno a molte miglia non posso ricorrere ad alcuno, che mi mostri le parole della detta Legge, le quali se io vedessi, forse troverei qual cosa da rispondere. Per tanto V. Sig. le faccia vedere e considerare se ci valesse alcuna di queste due fughe, o che l'Imperatore tratti in

quel luogo di cose appartenenti alla giustizia distributiva, la quale si serve di tal proporzione geometrica, ovvero che ragioni quivi del modo di trovare il prezzo di alcuna cosa, e non di agguagliare le disuguaglianze; perchè sebbene le disuguaglianze de' prezzi si aggiustano colla proporzione aritmetica, nondimeno quando si vanno cercando i prezzi delle cose, si cercano per via di proporzione geometrica.

Dopo questo, che ho detto qui nel suddetto proposito, mi par di aggiugnere quattro parole nel proposito della stima del mille e del dieci in confermazione di quel che ho scritto nell' altre lettere, ec.

La stravaganza dello stimare pare a me che sia la medesima, che quella del vendere e del comprare, poichè la stima e la compra non sono differenti intrinsecamente, ma solo nell' essere o ratificata o non ratificata, essendochè la stima subito che è accettata diventa compra e vendita, sicchè nell' altre cose il medesimo giudizio dovrà farsi dell' una, che dell' altra. Per tanto ora lasciamo stare lo stimare, e consideriamo quello, che accade nelle stravaganze del vendere e del comprare. Chi vende la roba più che ella non vale, si parte tanto dal giusto, e fa tanta stravaganza quanto è quell' eccesso; e volendo nelle medesime vendite ritornare al giusto, e ricompensare la fatta stravaganza, bisogna, che un' altra volta nel

vendere la medesima cosa al medesimo compratore, si allontani dal giusto verso il meno, quanto se ne allontanò verso il più, come per esempio. Io vendo grano; il suo prezzo è soldi cento lo stajo; voi ne comprate uno stajo da me, e io ve lo fo pagare soldi centoventi: se io vorrò far la giusta ricompensa, quando voi tornerete pel secondo stajo, bisognerà, che io ve lo dia per soldi ottanta. Ora se io vi avessi fatto pagare il primo stajo soldi mille, vi domando se quando voi tornate pel secondo stajo, io farei la debita ricompensa, o stravaganza nel meno, a darvelo per soldi dieci? Certo che no; perchè avendo io nel primo pagamento ricevuto prezzo per dieci staja, e datovi uno stajo solo, bisognerebbe, che la seconda volta io ricevessi un prezzo solo, e vi dessi dieci staja. Attalchè l'utile del pagar soldi dieci il secondo stajo, non ricompensa il danno dell'aver pagato mille quel primo. Perchè nel primo io mi allontano dal giusto nel più per nove centinaja, e in questo secondo non mi allontano verso il meno per un centinajo intero: a tale che queste stravaganze o lontananze non possono esser eguali. Se adunque nel vendere e nel comprare fa maggiore stravaganza chi vende mille quel che val cento, che non fa nel meno chi lo vende dieci, il medesimo ancora si dovrà dire dello stimatore.

In oltre per un' altra via mi piace di aggiugnere un poco di chiarezza a questa verità. Quando noi facciamo le stravaganze nel più e nel meno, a voler che esse procedano di pari passo, e sieno fra loro corrispondenti, bisogna adoperare i medesimi nomi di parte e di moltiplice, perchè variandoli non possono ben corrispondersi trà loro. Mi dichiaro più apertamente così. Dichiamo, che un baril di vino vaglia dodici lire, e che voi nello stimare vogliate eccedere nel più, ed io nel meno; quando voi lo stimerete quindici lire, che altro vuol dir questa stima, se non, io ti voglio usurpare una quarta parte di paga? ed a questa stima del più che si può egli risponder nel meno, se non, io ti voglio usurpare una quarta parte di barile? sicchè al quarto nel più corrisponde il quarto nel meno. Similmente al terzo nel più, cioè a' sedici corrisponderà il terzo nel meno, cioè otto. Ora se si vanno guardando que' tre numeri 15. 12. 9. e que' secondi 16. 12. 8. son fra loro in proporzione aritmetica; similmente alla stima della metà più, cioè 18. corrisponderà la metà meno, cioè 6. A quella di due terzi più, cioè 20. quella di due terzi meno, cioè 4. come si vede nella dicontro tavoletta, nella quale si vede, che tutti i predetti numeri son disposti con proporzione aritmetica.

Stravaganze.	più.		meno.
di un quarto	15	12	9
di un terzo	16	12	8
di un mezzo	18	12	6
di due terzi	20	12	4
di tre quarti	21	12	3
del doppio	24	12	6
del triplo	36	12	4
del quadruplo	48	12	3

Ora scendiamo più abbasso, e facciamo, che voi lo stimiate il doppio, cioè ventiquattro: hassi egli a dire, che a questa corrisponda nel meno quella della metà sei? non già, perchè questo sei fu posto a corrispondere al dicidotto, e però

non può egualmente corrispondere a quella del diciotto, e a quella del ventiquattro. Similmente a quella del triplo nel più non può rispondere quella del terzo nel meno, cioè il quattro, perchè questo quattro fu posto corrispondente al venti; e finalmente al quadruplo nel più, cioè a quarantotto non può corrispondere nel meno il quattro, cioè tre, il quale corrispondeva al ventuno.

Per la qual cosa bisogna dire, che al doppio più, cioè a due cotanti più, corrisponda non la metà, ma due cotanti meno, cioè due barili per dodici lire, e al tre cotanti più corrisponda non la terza parte, ma tre cotanti meno, cioè tre barili per dodici lire, e finalmente al quattro cotanti più risponda quattro cotanti meno, cioè quattro barili per dodici libbre. Per la qual cosa ritornando al proposito nostro, quando uno stimerà mille un cavallo, che val cento, la corrispondente stravaganza nel meno sarà il dire, che dieci cavalli vagliano cento scudi, e questo per avere sopra dieci cavalli quella tanta stravaganza nel meno, che corrisponda a quella del mille, la quale non si sarebbe potuta avere sopra un caval solo, ancorchè si fusse stimato meno, che un granel di rena.

Lettera di Galileo Galilei.

Da Bellosguardo li 10. Giugno 1627.

Io lessi, come ben sa V. S. la prima lettera scritta in proposito della controversia, che nacque tra lei e il Sig. Nozzolini circa il determinare intorno alla grandezza delle stravaganze delli due stimatori, uno de' quali aveva stimato mille, e l' altro dieci un cavallo, il cui giusto prezzo era veramente cento. E benchè a me restasse incognito il nome dello scrittore di essa lettera, non però mi si occultò il suo molto intendere, che tanto chiaramente resta apparente nella dotta, e insieme adorna e cortese sua scrittura. Ho dipoi letta ancora la seconda scritta pure nel medesimo stile, ove l' autore con occasione di aver veduta quella decisione, che io come arbitro eletto di comun consenso da V. S. e dalla parte messi in carta, fa così onorata menzione della persona mia, che benchè e' continovi di esser contrario al mio parere, tuttavia la modestia e gentilezza del suo trattare continua di accrescere in me l' affetto, che già ho tutto rivolto e applicato a reverirlo, e per quanto io potessi onorarlo. In segno di che al presente mi pare di esser

in obbligo di rispondere a quanto egli oppone nelle dette sue lettere, che troppo gran mancamento sarebbe o il simulare di non l'aver vedute e lette attentamente., o col silenzio mostrar ombra di non ne aver fatto quella stima, che pur di necessità convien farsi di scritture con tanta acutezza e dottrina spiegate e condite di tanta cortesia. Solo mi dispiace, che io non saprò colla mia rusticità corrispondere al merito della gentilezza sparsa in esse scritture, e bisognerà, che l'autore per se stesso a guisa di ape, che sa convertire in dolcezza l'austerità, che di talun fiore va delibando, rivolga in soavità quello, che non già dalla volontà, ma dalla penna potesse con men soave stile scapparmi. Aggiunto a tale obbligo il comandamento di V. S. che sotto titolo di desiderio m'impone, ch'io debba dire quanto mi occorre intorno alle dette scritture; vengo con quella libertà, che molto ragionevolmente dee potersi usare tra quelli, che più ansiosi sono della verità, che della ostentazione, e che il medesimo autore delle due lettere domanda, che a se conceduta sia, vengo dico a spiegare a V. S. quello di più, che per confermazione della prima mia scrittura (che tuttavia mi par veridica) mi hanno fatto sovvenire le due lettere del Sig. Nozzolini.

E prima io so, che V. S. benissimo si ricorda di quello, che io le risposi la

prima volta, che ella mi propose in voce il quesito sopra il quale nacque la controversia; che fu quale de' due stimatori avesse più stravagantemente stimato, l'uno de' quali stimasse mille, e l'altro dieci quel, che giustamente valeva cento, e sa, che io corsi subito a giudicare molto più esorbitante la stima del mille, come quella alla quale seguiva molto maggior danno e perdita; e potrebbe forse esser accaduto, che quando il discorrer sopra tal quesito fosse terminato allora, io non mi fossi altramente mutato di parere. Ma il significarmi V. S. che la domanda era in controversia tra uomini non volgari, col soggiugnermi appresso, che i medesimi disegnavano, che io dovessi sopra di ciò deporre anco in carta il mio giudizio, mi fece con attenzion maggiore considerare la qualità del quesito, ed in effetto mutare opinione, e cader nella sentenza, che poi messi in iscrittura. Dubito, che il medesimo sia accaduto al Sig. Nozzolini, e tanto più quanto oltre a quello, che ho sperimentato in me medesimo, ho sentito rispondere l'istesso da tutti quelli, a' quali ho fatta la proposta, non l'avendo ancor fatta, fuori che a persone molto accorte. Che dunque dal Sig. Nozzolini uscisse la prima lettera nata da quella apprensione, che nel primo aspetto si appresenta alla mente, e di più scritta per quanto intendo in una scorsa di penna,

io non me ne maraviglio punto. Ma ben mi nasce un poco di scrupolo per la seconda scrittá sei giorni dopo, dove si scorge, che nè l'aver più posatamente potuto discorrere sopra il quesito, nè quel poco, che egli aveva letto nella mia decisione l'hanno rimosso dalla prima opinione, secondo la quale egli persiste in affermare, che l'esorbitanza delle stime si deva misurare dall' assoluto allontanamento dal giusto prezzo, e si fonda sopra certo politico decreto, che vuole, che nella giustizia commutativa si proceda nell' aggiustar le disuguaglianze colla proporzione aritmetica, e nella distributiva colla geometrica, e stimando egli, che la quistione proposta sia dell' attenenti alla giustizia commutativa, vuole colla proporzione aritmetica misurare la quantità dell' esorbitanze de' due stimatori, ec. Ora poichè V. S. così comanda, dovendo dire il parer mio, cominciando da questo capo, che è il principal fondamento delle due scritture, confesso liberamente di non restar capace di questo negozio, e dubito, che qui avvenga quello, che accade in molte altre proposizioni scritte da uomini comunemente stimati grandissimi, le quali non sono intese, nè forse sono intelligibili, ma quelli, che le profferiscono, ed anco quelli, che l'ascoltano, fatti creduli dall'autorità de' lor primi prolatori, simulano d'intenderle, e per non si dichiarare di capacità

inferiori a quelli, che le adducono, gli danno l'assenso. Ora io deposta questa sorta di ambizione, mi dichiaro bisognoso di esser fatto capace di questa materia, e resterei con obbligo grandissimo al Sig. Nozzolini, se egli col parlar più chiaramente e distintamente mi traesse di questa confusione; e la chiamo così, perchè non so, per molto che io mi ci sia affaticato, applicare al nostro proposito l'esempio, che egli nella prima lettera arrecò sotto titolo di commutazione o baratto, e che poi correggendo l'errore da se commesso mutò in una divisione di mercanzia comune; mantenendo però sempre la medesima opinione, che in cotali traffichi mercantili si debbano aggiustare le disuguaglianze colla proporzione aritmetica, e la confusione mia nasce di qua. Nella prima lettera ci propone una commutazione di lana in seta dicendo: io do a voi lana, e voi a me seta, e troviamo, che io ho dato a voi lana per ventiquattro scudi, e voi a me seta per ducati sei ec. e credendo, che la disuguaglianza di tal baratto si possa e debba aggiustare servendoci della proporzione aritmetica trova il numero mezzano tra il ventiquattro e sei, secondo tal proporzione, che è quindici, e dice, che dandomi voi tanto, che fra li sei scudi di seta, e i denari, che io ricevo da voi, io abbia quindici scudi, sa-

remo aggiustati, e però detratti nove scudi dai ventiquattro, che vi ho dato in tanta lana, e datigli a me, io fra seta e lana avrò quindici scudi, e a voi resteranno quindici in tanta lana; accortosi poi dell'errore (perchè io coll'aver dato ventiquattro scudi di mia lana, ne ricevo solamente quindici tra denari e seta) mutò il quesito, e non fece più me padrone della lana, e sè della seta, ma pose la seta e la lana esser mercanzie comuni non più da barattarsi, ma da dividersi tra di noi Ma, Sig. Nozzolini, l'aver voi scoperto il vostro errore non vi sottrae dall'obbligo intrapreso di mostrare, come nelle permutazioni le disuguaglianze si aggiustano colla proporzione aritmetica; e sebbene la disuguaglianza del nostro baratto non veniva ristorata col risarcimento de' nove scudi, non è per questo, che in qualch'altro modo non possa esser ragguagliata: però ditemi pure come noi possiamo aggiustarci, e mostratemi ciò che abbia che fare in tale aggiustamento la proporzione aritmetica; e per venire alle corte, se io ho dato a voi lana per ventiquattro scudi, e voi a me seta per sei, il modo facilissimo per far ch'io abbia il conto mio, è che voi mi diate scudi diciotto di danari, che così ci saremo aggiustati: ma qual corrispondenza hanno tra di loro i numeri 24. 18. 6. e come entra qui proporzione aritmetica, nè altra? Ma se noi pren-

deremo il quesito, emendato, non lo chiamando più un baratto, ma una divisione di mercanzie comuni, mi par, che il Sig. Nozzolini commetterà un più grave errore, perchè il caso non sarà più degli attenenti alla giustizia commutativa, ma alla distributiva, trattandosi di distribuir tra di noi mercanzie comuni; e così contro al decreto de' politici, e contro al parere del Sig. Nozzolini, non la proporzione geometrica, ma l' artimetica entrerà nella giustizia distributiva, e vi entrerà con doppio errore, poichè ella entra qui dove non doveva entrare, e non entra nel quesito, quando era di giustizia commutativa, dove entrar doveva, se i decreti politici son retti. Ma finalmente posto che simili aggiustamenti fussero sotto la giustizia commutativa, e che si ragguagljassero colla proporzione aritmetica, io non però resto capace di quello, che si abbiano che fare colla materia di che si tratta, la quale è di misurare due esorbitanze prese in due stime; azione lontanissima dal dover dividere trenta scudi, che sono il prezzo di alcune mercanzie in due parti eguali. E quando il Sig. Nozzolini soggiugne, e dice, che allora sarebbero egualmente esorbitanti le due stime del mille e del dieci, fatte sopra quel cavallo, o altra cosa vendibile, quando il vero suo prezzo fusse scudi non cento, ma cinquecentocinque, dal quale per eguali intervalli distano il

mille e il dieci, io dico, che egli pure equivoca col supporre quello, che è in quistione. Imperciocchè il suo detto non è vero, se non supposto che dell'esorbitanza delle stime misura sia l'eccesso e il mancamento di esse stime dal vero prezzo, misurati con proporzione aritmetica, il che è quello, che io tuttavia nego, e pur questo medesimo mi dà occasione di ragionevolmente negarlo; perchè qual semplice fanciullo non resta capace e non conosce, che se io darò un sacchetto in mano a due dentrovi cinquecentocinque piastre, acciò eglino a giudizio stimino quanti ve ne sieno dentro, incomparabilmente esorbiterà più quello, che dirà stimare esservi dieci piastre, che quello dicesse esservene mille, perchè il peso se non altro dichiarerà lo stimator del dieci essere stoltissimo, essendo che il peso di cinquecentocinque piastre è più di libbre cinquanta, ed esso lo giudica una sola, e s'inganna di più di cinquanta tanti, ma l'altro che lo stima mille s'inganna di men del doppio. Ma di più dico, il Sig. Nozzolini dice di aver ridotto le due esorbitanze all'egualità, quando si facesse il prezzo del cavallo essere non cento, ma cinquecentocinque scudi: ora io gli domando, che lasci stare il prezzo del cavallo nei cento scudi, e la maggior stima nel mille, e dicami quale dovrebbe esser la stima nel meno, acciò la stravaganza fosse secondo

la sua regola èguale all' altra; qui bisogna trovare uno tanto esorbitante, che dica il giusto prezzo del cavallo parergli, che fusse questo, che il padrone del cavallo gli facesse un fornimento, che costasse scudi 810, e poi desse il cavallo così fornito per ducati dieci, perchè così il venditore scapiterebbe scudi 900, come nell' altra stima del mille il compratore pur resta al disotto di scudi 900. Oltre a quanto ho detto mi viene ancora da considerare, come dell' equivoco in che persiste il Sig. Nozzolini ne è causa quell' istesso errore, nel quale io ancora incorsi quando V. S. la prima volta mi propose il quesito, che fu il giudicare l'esorbitanza delle stime dalla grandezza della perdita pecuniaria del compratore e del venditore del cavallo, il che è del tutto falso; perchè quando le perdite fusser misure delle stravaganze delle stime, dove non fusse perdita veruna, nè anco vi sarebbe stravaganza alcuna, e così la stravaganza delle due stime del mille e del dieci intorno alla valuta del cavallo non sarebbe nulla, se non seguisse la vendita e compra del cavallo, perchè senza queste non vi è perdita; ed in oltre nello stimare v. g. pesar mille libbre quello che ne pesa venti, o giudicare quella torre esser alta quattrocento braccia, che è alta solamente sessanta, non vi sarebbe parimente esorbitanza, perchè nè nelle braccia, nè nelle libbre vi è scapito o perdita

per nessuno. Oltre a quanto ho insin quì detto intorno alla prima lettera, mi par di soggiugnere come cosa assai notabile, che il Sig. Nozzolini chiaramente afferma prima in generale ne' traffichi mercantili non aver luogo la proporzione geometrica, ma l'aritmetica; il qual detto egli prova coll'esempio portato prima sotto nome di baratto di lana e seta, e poi corretto col mutarlo in una divisione di mercanzie tra due, il quale abbiamo già mostrato erroneo e fuori del caso: all'incontro poi egli si muove due istanze, per le quali si mostra ne' traffichi mercantili entrar l'uso della proporzione geometrica, l'una è che tutti i conti de' mercanti son fondati sulla regola delle tre cose proporzionali, e l'altra delle compagnie, delle quali tutti i ragguagli si trovano pure con la medesima regola del tre, e questi due casi non hanno opposizione alcuna, che sien traffichi e negozj mercantili, e risoluti giustissimamente colla proporzione geometrica, e non con altra. Or come s'è lasciato il Sig. Nozzolini persuadere, che la mercatura si governi colla proporzione aritmetica, indotto a ciò credere per un esempio erroneo e falso, e non più tosto ha detto la mercatura governarsi colla proporzione geometrica, mentre egli stesso adduce esempj verissimi, che dimostrano i più importanti e principali negozj mercantili risolversi tutti per la proporzione geometrica? Oltre che

si potevano addurre altri conti non meno principali, la risoluzione de' quali dipende dalla geometrica proporzione, come degli interessi sopra interessi, che chiamano interesse a capo d'anno, delle sei cose proporzionali, della regola del tre inversa, e per concluderla in breve io non so ritrovare in tutti i negozj mercantili conti e ragioni alcune di momento, nelle quali abbia luogo la proporzione aritmetica, ma sì bene la geometrica. Ora venghiamo a considerare le cose contenute nella seconda lettera, dove primieramente mi pare, che il Sig. Nozzolini erri in un principalissimo punto, che è poi la radice di tutta l'equivocazione; ed è, che egli nel misurar quelle cose, della maggioranza delle quali si disputa, adopera misure inette a ciò, come quelle che differiscono *plusquam genere* dalle cose da misurarsi, e pur la misura dee essere della medesima specie, che la cosa misurata, perchè i tempi si misurano con un tempo, i pesi con un peso, e i prezzi con un prezzo. Ma il Sig. Nozzolini nel giudicare qual sia maggiore esorbitanza delle due, quella che stima dugento scudi il cavallo, che veramente val cento, o quella che lo stima uno scudo, vuol servirsi per misura di una moneta, che differisce dalle disorbitanze *plusquam genere*. Misura atta a misurar le stravaganze è una stravaganza, e non uno scudo, una libbra, una canna;

come poi tal misura si ritrovi dirò quì appresso, dopo che averò mostrato il medesimo Sig. Nozzolini servirsi anco di tal misura inetta malamente prendendola assolutamente, e non in relazione al vero valore della cosa stimata. Considerando solamente e assolutamente i guadagni e le perdite, e la semplice differenza tra di loro, ha giudicato peggiore stimatore quello, dalla cui stima proveniva maggior danno al compratore o venditore, e così seguendo questa regola più esorbitante stimatore sarà colui, secondo la cui stima il compratore scapitasse cento scudi, che quell' altro, alla cui stima si perdesse scudi dieci, e siano pur qualsivogliano cose quelle in cui s'investono i danari. Or tal discorso è molto erroneo per gli assurdi innumerabili, che ad esso ne vengono in conseguenza, tra' quali uno sarebbe questo, che seguitandosi tal regola potrebbe accadere, che stimatori esorbitantissimi e del tutto stolti sien degni d'esser anteposti a stimatori di acutissimo giudizio e perspicacissimo avvedimento. Io non credo, che il Sig. Nozzolini mi negherà, che se uno stimasse una noce di quelle, che se ne danno dieci al quattrino, valere uno scudo, sia un esorbitantissimo stimatore; ed all' incontro se uno nello stimare un giojello di valore di quattromila scudi, errasse di un solo scudo, credo, che dal medesimo Sig. Nozzolini, e da tutti i pe-

riti del mondo sarebbe stimato uno stimatore puntualissimo. Tuttavia se vogliamo seguire la sopraddetta regola, bisogna dire, lo stimator del giojello commetter maggior stravaganza, che quel della noce; poichè seguendo la sua stima, chi pagasse il giojello scudi 4001. resterebbe in danno di uno scudo, e quello che desse uno scudo per prezzo d'una noce, perderebbe tanto meno dell' altro, quanto è il valore d'una noce, che pure è qual cosa. Ma dimostriamo più chiaramente ancora, come non si possono giudicare in modo alcuno le stravaganze delle stime senza la relazione di quelle al giusto valore della cosa stimata. Io domando al medesimo Sig. Nozzolini, quale delli due stimatori è stato più esorbitante, quello, che nello stimare l'altezza d'un monte s'ingannò di cento braccia, o quello che nello stimare il peso di un giovenco s'ingannò di dieci libbre. Qui non si può primieramente dire, che non ci sia in nessuno degli stimatori esorbitanza, poichè ciascheduno per difetto di giudizio stima lontano dal giusto, e il difetto del giudizio è la materia dell' esorbitanza; nè si può dire quello esser più esorbitante di questo, perchè alla stima sua segue perdita maggiore, che alla stima dell' altro, attesochè le cento braccia non vagliano nè più nè meno, nè tanto quanto le dieci libbre; dunque bisogna ridursi necessariamente a dire, che per giudicare della qua-

lità o quantità di tali stravaganze sia forza sapere qual fosse la vera altezza del monte, e quale il vero peso del giovenco. Or pongasi, che la vera altezza del monte fusse 1000. braccia, e il vero peso del giovenco fusse 100. libbre. Che dirà il Sig. Nozzolini chi si sia maggiormente ingannato delli due stimatori? forse quel del monte, perchè s' ingannò di cento, che è più di dieci, che è l'inganno della stima del giovenco? Ma se dalla grandezza del numero nominato si dee attendere la grandezza della esorbitanza, e dire che è più esorbitante lo stimatore del monte, che lo stimatore del giovenco, perchè quello errò di cento, e questo di dieci, muterò il nome delle dieci libbre in centoventi once, e così quella che secondo il Sig. Nozzolini era stimata meno erronea, diventerà più erronea. Or non son queste pur troppo puerili vanità? E chi non vede, che per determinare la controversia bisogna ricorrere alla proporzione geometrica, e dire lo stimatore del monte, che errò di cento braccia, essendo l'altezza del monte braccia mille, s'ingannò della decima parte della vera altezza, e lo stimator del giovenco, che errò di dieci libbre dal vero, che fu libbre cento, pur s' ingannò della decima parte del vero peso; adunque questi furono stimatori egualmente erronei. E applicando questo rettissimo discorso agli stimatori del cavallo si dovrà dire, perchè

lo stimatore del più errò del decuplo del vero prezzo, il qual vero prezzo fu decuplo della minore stima, adunque l'esorbitanze furono eguali. E qui mi par luogo di considerare quel che dice il Sig. Nozzolini circa la proporzione geometrica, rifiutandola come non accomodata a giudicare nel nostro caso, ma sì ben l'aritmetica; attesochè quella (dice egli) non ha riguardo all' identità numerica delle misure che si adoperano nel misurare, ma solamente riguarda, se le misure, qualunque elle sieno, son contenute altrettante volte o più o meno nelle cose che si misurano. Adunque, Sig. Nozzolini, se io mostrerò, che nel misurar le cose delle quali noi disputiamo, niente importi, che le misure convengano nè anche in genere, non che in ispecie o in numero, la proporzione geometrica ci potrà benissimo aver luogo. Ora negherete voi, che la stravaganza di colui che stima centocinquanta braccia l'altezza di una torre, che misurata poi si trova esser braccia cento, non sia eguale all' esorbitanza di quell' altro, che stima un vitello pesare centocinquanta libbre, che poi alla stadera si trova esser cento, e non più? Certo bisognerà dire questi esorbitare egualmente quanto al giudicare, ancorchè le misure che essi adoperano differiscano *plusquam genere*, servendosi l' uno del braccio e l'altro della libbra, sicchè non si può dire, che errino

egualmente; perchè tanto vagliono cinquanta braccia d'altezza, quanto cinquanta libbre di peso. Ora finalmente da quanto sin qui ho detto, possiamo conchiudere la misura delle esorbitanze non esser quella medesima che misura le cose, ma essere in astratto una general relazione e abitudine, che ha la stima falsa verso il vero valore delle cose stimate; e così perchè le stime ne' due proposti esempi hanno ambedue relazione di maggioranza in ragione o proporzione sesquialtera verso le vere magnitudini di esse cose stimate; però si dee dire, che quegli stimatori hanno egualmente esorbitato; ed essendo la misura delle stravaganze quale abbiamo detto, secondo che la proporzione delle false stime verso il vero valore andrà variandosi, crescerà ancora o scemerà la grandezza della esorbitanza. E qui possiamo concludere, che per misurare la grandezza delle stravaganze, che son difetti di giudizio, bisogna servirsi della proporzione geometrica, e l'aritmetica servirà per misurar semplicemente le perdite, che son danni della borsa, cose differentissime dall' esorbitanze: anzi pure se vogliamo parlare più propriamente, possiamo lasciare di nominare la proporzione aritmetica, perchè nel misurar la quantità della moneta, come anco quella delle libbre, delle braccia, ec. per la quale le stime false distano dal vero valore, non ci bisogna altro, che semplicemente nu-

merare. Qui dunque consiste l'equivocazione del Sig. Nozzolini, nella quale incorse da principio, e che poi ha voluto mantenere. Che se il primo quesito fusse stato proposto sopra stime fatte circa cose, nelle quali l'esorbitanza non avesse apportato danno e perdite, dicendo v. g. due stimando l'altezza del gigante, che è dieci braccia, uno lo stimò cento braccia, e l'altro uno; non sarebbe seguita controversia veruna, perchè bene egualmente stolti appariscono ambidue, l'uno stimandolo più alto del palazzo lì appresso, e l'altro stimandolo così piccolo, che non gli arriverebbe alla cintola. Nè per mio credere avrebbe il N. commesso un isteron proteron facendo dato quello, che era quesito, e quesito quello, che era dato. Egli ha prima supposto per cosa retta, che l'esorbitarsi più o meno, si debba determinare dal disaccostarsi dal giusto per intervalli maggiori o minori aritmeticamente misurati, cioè assolutamente, e senza referigli alla giusta grandezza della cosa misurata; e stabilito questo, e volendo poi sostenere per ben fatto si è ridotto a dover dire, che più erri chi stima dugento quel che val cento, che chi lo stima uno o un mezzo; il che credo fermamente, che non avrebbe detto, quando tal quesito gli fosse stato fatto da principio, ma avrebbe risposto quel di uno; e fatta questa chiarissima supposizione, avrebbe poi potuto

conoscere la deviazione dalle vere stime dover esser regolata non dalla proporzione aritmetica, ma dalla geometrica: dove ora se egli vorrà persistere nella medesima opinione, bisognerà sostenere infinite cose lontanissime da ogni ragionevol discorso, e dire, che migliore stimatore di due chiamati a giudicare a occhio quante doppie erano quelle poste in un mucchio sopra una tavola, e che veramente erano mille, fu quello che disse parergli, che potessero esser due o al più tre, che l'altro che l'avesse giudicate poter essere a suo giudizio duemila; dove il primo senz'altro verrebbe subito sentenziato per iscemo al tutto di mente, ma per condannar l'altro sarebbe necessario contar la moneta, perchè l'ingannarsi del doppio può a molti accadere, ma l'errare in quattro o cinquecento doppi, è cosa da stolti affatto. Ma più bisogna, che il Sig. Nozzolini dica, che colui che stima monte Morello esser alto 10000. braccia, sia più esorbitante stimatore, che un altro che dicesse, che al suo giudizio è non solamente alto punto, ma è una laguna o voragine profonda cento braccia; il che accaderebbe quando si trovasse, che la vera altezza del monte fusse un palmo meno di 5100. braccia, dal qual numero lo stimatore del 10000. si allontana 4900. braccia meno un palmo. E per rispondere in ultimo anche alla facezia de' Beccai i quali affermano essersi egual-

mente ingannati nella stima del peso quei due, de' quali uno stimò centodieci quel vitello, che si trovò poi pesar libbre cento; e quell'altro, che lo stimò novanta; dico, che ciò procede perchè loro per poca intelligenza credono veramente, che egualmente s'ingannino nello stimare quelli che egualmente si scostano l'uno nel più, e l'altro nel meno dal vero peso, il che è falso, nè essi intendono il perchè; e di tal loro ignoranza, ne è causa l'esser per lunga pratica divenuti così esatti stimatori, che rare volte s'inganneranno anche di dieci per cento, come qui fanno lì due stimatori del centodieci e del novanta, perchè tra due numeri poco tra se differenti pochissima è la differenza del numero tra essi medio in proporzione aritmetica, e il medio geometricamente (come nel presente caso il medio aritmeticamente tra 110. e novanta, che è cento, poco è differente dal medio geometricamente, che è novantanove, qualcosa di più) quindi è che la picciolezza dell' errore non si rende conoscibile alla lor poca intelligenza, che quando l'uno di quegli stimatori avesse giudicato il vitello pesar libbre dugento, e l'altro manco di quattro danari; assolutamente nessun beccajo avrebbe detto quel delle dugento libbre esser più esorbitante stimatore, che l'altro di quattro danari, che l'errar da un vitello di latte che abbia un mese, a un giovenco che ne abbia tre, è

assai più tollerabil difetto, che lo scambiarlo con un grillo; de' vitelli che pesino dugento libbre pur se ne trovano, e se ne vedono tutto il giorno, ma de' minori di un grillo non se ne son veduti giammai.

Ho detto questo, che mando a V. S. più per soddisfare al suo comandamento, che per gusto ch' io abbia di occuparmi in simili controversie, delle quali ella sa quanta occasione io abbia d'esser più che sazio. Ancorchè di quanti l'abbian voluta meco nessuno sia, che non sia restato, come si dice, a piedi. Di quel che potesse accadere al presente io non lo so, conciossiachè lo scrittore delle due lettere si mostri assai più giudizioso di quanti avversarj io abbia sin qui avuti. Gradisca V. Sig. la mia buona volontà, e scusi l'insufficienza. E le bacio le mani.

Poscritta di Galileo Galilei.

La copia della lettera scritta dal medesimo Sig. Nozzolini in risposta di una dell' amico nostro di Roma scritta in confermazione della mia opinione, mi è pervenuta nel serrar di questa che gli mando, e perchè potrebbe accadere, che l'amico di Roma non vedesse quanto gli viene opposto, mi pare di rispondere alcuna cosa per lui, sebben son sicuro, che egli

per se medesimo assai meglio si difenderebbe. Scrisse l'amico di Roma confutando l'opinione di chi vuol misurare l'esorbitanze cogli allontanamenti dal giusto misurati aritmeticamente; che se ciò fusse vero, bisognerebbe, che quel cavallo, che coll'eccesso nel più fusse stimato scudi dugento valendo veramente cento, fusse, per fare un' eguale esorbitanza nel meno, stimato nulla, il che è inconvenientissimo; essendochè dal cento al dugento si trova pur qualche abitudine o ragione o rispetto, ma dal cento al nulla non è abitudine nè rispetto alcuno. A questo risponde il Sig. Nozzolini concedendo prima, che stimarlo nulla sarebbe veramente non solo una stravaganza maggiore dello stimarlo dugento, ma uno sproposito e mera stoltizia; e che per trovare una stravaganza, la quale nella stima del meno pareggi l'altra del più, quando è di dugento, bisogna domandare due cavalli per cento scudi, ma accortosi, che il dir così viene a esser direttamente contro di se, perchè servando la proporzione geometrica viene a stimar un cavallo cinquanta scudi conforme a che diciamo noi, soggiugne ciò non essere uno stimare i cavalli cinquanta scudi l'uno, ma un voler pagare uno dei cavalli ducati cento, e l'altro nulla. Or qui lascio stare, che il Sig. Nozzolini sarà unico al mondo in dar cotal senso stravolto alla sua risposta, e gli domando in qual

cosa consiste la stravaganza della stima nel meno, mentre domanda due cavalli per cento scudi, la quale secondo lui pareggi l'altra nel più, che stima scudi dugento il medesimo cavallo. Nell' uno de' due cavalli, che egli dice intender di stimare cento scudi, non è assolutamente stravaganza alcuna, perchè lo stima il giusto prezzo: adunque bisogna per necessità rispondere tutta l'esorbitanza essere nell' altra, che si pretende il cavallo per niente; e così questa medesima stravaganza, che poco fa fu giudicata dal Sig. Nozzolini uno sproposito sopra tutte l'esorbitanze, sarà ora ammessa per una stravaganza simile all' altra della stima de' dugento ducati.

Ma facciamo ancora più manifesto l'equivoco con pigliar altra sorta di stime. Se uno stimasse alta dugento braccia una torre, che veramente fusse alta cento, con qual esorbitanza nel meno pareggerà il Sig. Nozzolini l'altra nel più? Già il dire, che non è alta nulla vien giudicato uno sproposito da stolti; adunque egli dirà, che due di tali torri farebbero un' altezza di cento braccia, ma che non per questo sarebbon cinquanta braccia l'una. Ma che sarebbero, Sig. Nozzolini, l'una braccia cento, e l'altra braccia nulla? ma che torre sarà questa senza altezza alcuna? vanità estreme, e fughe miserabili.

Aveva nel secondo luogo l'amico di Roma per confermazione della nostra opi-

nione argomentato così. Uno, che stimasse scudi centonovantanove il cavallo che val cento, si allontana dal vero quanto un altro che lo stima uno scudo, intendendo secondo la proporzione aritmetica; tuttavia la stravaganza di questo è tanto maggior dell' altra, quanto secondo lo stile di mercatura quando il cento diventa centonovantanove si guadagna novantanove per cento, dove che nell' altra stima quando l'uno diventa cento, il guadagno è di 9900. per cento. Qui grandemente si maraviglia il Sig. Nozzolini; dice che l'amico s'inganna, ed in somma rafferma nell' addotto esempio la perdita ed il guadagno esser simili; perchè siccome la stima del centonovantanove guadagna novantanove per cento, così in quella dell' uno si perde pure novantanove per cento, che però il conto torna giustissimo in confermazione della sua opinione; soggiugne in modo alcuno non potersi da altre stime ritrarre gli utili e le perdite, quali l'amico di Roma afferma ritrarsi. Qui io rispondo quel che già più volte si è detto, che non la quantità de' guadagni e delle perdite è misura della quantità e grandezza delle stravaganze delle stime; e benchè nella stima del centonovantanove si guadagni effettivamente novantanove, e che in quella dell' uno si perda pur novantanove, non è per questo, che il vantaggio del mercante nel trafficar cento scudi, sicchè diventino cento-

novantanove, sia eguale al disvantaggio dell'altro, che col medesimo capitale si riduce a uno (i quali vantaggi e disavvantaggi rispondono all' esorbitanze delle stime, come quelli che dependono dal più o meno giudizio e perizia nel negozio). Che se gli assoluti guadagni e perdite dovessero essere misura della perizia e vantaggio, e della imperizia e disavvantaggio nel negoziare, converrebbe, che quello che trafficando mille scudi si conduce a due mila fusse giudicato miglior negoziante di quello, che negoziandone cento si conducesse a mille, essendochè questo guadagno è novecento scudi, e quello è mille. Tuttavia ciò non è vero, anzi questo è tanto più perito negoziatore, quanto il guadagnare novecento per cento è più vantaggioso negozio di quello dove si guadagna cento per cento, che è il medesimo che guadagnar mille per mille. Se poi lo scapitare dal cento a uno, sia (come dice l'amico di Roma) per appunto simile al guadagnare 9900. per cento, io non lo so, crederò bene, che venendo scritto da persona molto intelligente, ne abbia la sua dimostrazione. Ma per quanto appartiene al presente negozio, a me basta mostrare, che l'imperizia e disavvantaggio nel trafficare di quello, che da cento si riduce a uno, sia assaissimo maggiore della perizia di quello, che negoziando da cento si riduce a dugento, il che proverò così. L'imperizia nel trafficare

di quello, che da cento si riduce a uno, è assaissimo maggiore di quello, che negoziando da due si riduce a uno. E l'imperizia di chi da due si riduce a uno mi pare assai simile alla perizia di chi negoziando da uno si conduce a due, e però l'imperizia di chi da cento si conduce a uno sarà assaissimo maggiore della perizia di chi da uno si conduce a due, la qual perizia è la medesima, che quella di colui, che negoziando con cento si conduce a dugento; adunque l'imperizia di colui, che con cento si riduce a uno, è assaissimo maggiore della perizia di quello, che con cento si conduce a dugento.

Segue appresso il Sig. N. e digredendo alquanto soggiugne in confermazione di quello ha detto nell' altre due lettere, parergli, che la stravaganza nello stimare sia la medesima, che quella del comprare e vendere, e però lasciato da parte lo stimatore considera ciò, che accade nelle vendite e nelle compre, dove se io vi fo pagare centoventi soldi uno stajo di grano, che vaglia veramente cento, per ristorare il vostro danno debbo un' altra volta darvelo per soldi ottanta, e se io vi avessi fatto pagare mille soldi uno stajo, non vi ricompenserei con darvene poi uno stajo per soldi dieci; ma siccome io volli prima per un solo stajo il prezzo di dieci staja, converrebbe, che poi dessi a voi staja dieci pel prezzo di uno stajo. La ri-

sposta a questo è di già manifesta nella lettera, dove ho mostrato la misura delle stravaganze esser diversissima da quelle con che si misurano li scudi, le braccia, le libbre, ec. E nel presente caso il rendere al compratore quello, che dette sopra più, persuaso da una stima esorbitante ristora bene il suo danno, ma non medica punto l' esorbitanza della stima, la quale è incurabile. Se la grandezza dell' esorbitanza fusse la medesima, che la grandezza del danno, dove fusse il medesimo danno, sarebbe anco la medesima esorbitanza; e perchè il restituirmi un soldo ristora il danno fattomi dal venditore nel farmi pagare centun soldo una oncia di zafferano, che valeva solamente cento, e colla restituzione di un soldo son rifatto del danno, che ricevei dal venditore mentre pagai due soldi un limone, che valeva un soldo, e non più, si dee però dire l' esorbitanza nello stimar centuno quel che valeva cento, esser eguale a quella, che valuta due quel, che val uno? E chi è così cieco, che non veda, che se io rinvesto i miei danari in zafferano, perderò solamente uno per cento, e se io gli rinvesto in limoni, perderò cinquanta per cento? Dove il Sig. Nozzolini dice la stravaganza dello stimare esser la medesima, che quella del comprare e vendere, meglio era dire essere la medesima, che l' inganno nel com-

prare e vendere. E perchè quello, che mi vuol far pagare soldi due i limoni, che vaglion solamente un soldo l'uno, mi vuole ingannar del doppio, e quel del zafferano si contenta del guadagno di uno per cento; però tanto quanto l'inganno di quello è maggiore, di tanto la sua stima si dee dire esser più esorbitante. Ho detto di sopra, che il restituire il soprappiù ristora il danno al compratore, ma non emenda la stravaganza dello stimatore, la quale dissi esser incurabile; il che maggiormente si manifesta con figurar la stravaganza nella stima di altro, che di prezzi. E che ciò sia vero, dicami il Sig. Nozzolini, in qual maniera egli emenderà la stravaganza della stima fatta sopra l'altezza di una torre, che essendo alta solamente cento braccia, fu stimata centottanta? Dirà forse egli tale esorbitanza correggersi quando un'altra simile fusse stimata alta braccia venti. A me pare, che chi dicesse così, non solo non emenderebbe la prima esorbitanza, ma ne commetterebbe un'altra maggiore.

A quello, che il S. Nozzolini dice per aggiugner chiarezza alla sua verità, che è, che quando si esorbita nel più e nel meno colli medesimi nomi di parte o di multiplice, sempre si trova la proporzione aritmetica, e che egli esemplifica dicendo, posto che una cosa vaglia dodici,

e che uno se ne allontani nel più per un sesto, e un altro nel meno pure per un sesto, ne vengono i due numeri quattordici, e dieci, dove apparisce la proporzione aritmetica, dico, che questo è tanto vero quanto il dire, che i numeri posti in proporzione aritmetica, sono posti in proporzione aritmetica, e che ciò sia. Definischiamo, che cosa sia il disporre i numeri in proporzione aritmetica, e si vedrà chiaramente dispor numeri in proporzione aritmetica essere l'ordinarli con differenze eguali fra di loro, cioè por tra di loro l'istesso numero, ma la medesima parte di un numero è sempre l'istesso numero (come per esempio la sesta parte di dodici è sempre due) adunque tanto è dire, por tra essi la medesima parte di un numero, che por tra essi il medesimo numero; talchè io non intendo, che guadagno ci apporti il nominar di parti ec. Ma posto che alcuna novità o acquisto ci fusse, io non però resto capace, come, perchè l'aggiugnere e il sottrarre la medesima parte dispone i numeri in proporzione aritmetica, ne debba in conseguenza seguire, che l'esorbitanza delle stime si abbia a regolare colla proporzione aritmetica. Questo è un tornare a suppor sempre di arbitrio quello, che tuttavia io niego, ed è in quistione. E qui di nuovo le bacio le mani.

Lettera del Nozzolini.

Per mano del fattore di V. S. ho ricevuto il libro, ed insieme le opposizioni del Sig. Galilei, alle quali risponderò brevemente per obbedire a V. S. Io non so con quale intenzione ella mi faccia scrivere sopra tal materia, nè a me tocca il ricercarla, so bene che oltre all'obbedirla, che la mia intenzione in questo caso non è se non d' imparare. Se io stessi in Firenze, cercherei ogni occasione di poter praticare col Sig. Galilei per apprender sempre qual cosa da' suoi dotti ragionamenti. Poichè ciò non mi è conceduto, ora che mi è nata occasione di ragionar seco per lettere, la piglio volentieri per la causa detta; se poi egli ne riceva briga e perdimento di tempo nello scrivere, bisogna, che egli abbia pazienza. Gli uomini ricchi hanno sempre molti poveri all'uscio, e bisogna, che lo comportino, e così le persone dotte sono infastidite da quelli, che cercano d'imparare da loro. E quanto a quello, che V. S. mi dice di aver operato, che in questa sua lettera sia taciuto il mio nome, forse per mia ricoperta, poichè in essa spesse volte vien repli-

cato, che le cose, che io ho detto sono sciocche, vane, puerili, erronee, inette, stoltissime, e altre simili parole, io rispondo, che non occorreva avermi questo rispetto; io non mi sdegno, che da lui mi sia detto così, perchè sapendo io, che il mio sapere è piccolissimo, e il suo è in altissimo grado, non mi ho da vergognare, che da lui mi sieno date quelle riprensioni, che meritamente si vengono alla mia ignoranza: per tanto venendo ora al proposito delle opposizioni fattemi rispondo così.

La prima veramente non è opposizione, ma è una domanda, che io spieghi e dichiari in che modo la proporzione aritmetica entri negli atti della giustizia commutativa, cioè nel vendere, comprare, barattare, prestare, ec. attesochè a lui pare, che detta proporzione aritmetica non abbia cosa alcuna che fare con simili faccende. Questo fu da me esplicato, ma brevemente nella prima lettera, ora per soddisfare a tal domanda, la qual mi vien replicata più di una volta con lunga solennità di parole, bisogna ch'io l'esplichi un poco più a lungo.

Aristotile nel quinto libro dell' Etica al capitolo terzo dichiara, che la proporzione geometrica si osserva in quella parte di giustizia, che si chiama distributiva, alla quale si appartiene giustamente distribuire i premj e le pene, le pubbliche

imposizioni, gabelle, e retribuzioni a ciascuno, non già con indifferente egualità, ma con tal proporzione, che come si ha merito a merito, così si abbia retribuzione a retribuzione. E dichiarando come si chiami questa tal proporzione dice così. *Hanc vero proportionem Mathematici Geometricam vocant.* Ma nella giustizia commutativa questa proporzione geometrica non ha luogo, ma sibbene l'aritmetica, come chiaramente insegna il medesimo Aristotile nel medesimo libro quinto al capitolo quarto dove tratta *de jure commutativo*, e dice così. *Jus vero quod in commerciis est, non illa constat proportione, sed arithmetica.* E questo va poi di sotto dichiarando con molte ragioni ed esempj. Per soddisfazione della sopraddetta domanda, se io non aggiugnessi altro, credo che questo mi potesse bastare; nondimeno non mi parrà fatica seguitar più oltre cogli esempj per maggior manifestazione di questa cosa.

Di questo, che di sopra si è detto, io nella prima lettera posi questo esempio. Suppongasi, che noi facciamo una divisione di mercanzia comune, voi avete roba per ventiquattro scudi, ed io per sei, nell' aggiustare questa disuguaglianza se noi la riducessimo alla mezzanità geometrica, cioè alli dodici, colui, che avesse dodici resterebbe aggravato, perchè essendo tutta la mercanzia trenta, mentre che uno ne ha dodici, l'altro n'ha dicidotto, ma

se noi la riduciamo alla mezzanità aritmetica, cioè alli quindici, ciascuno avrà il conto suo; è vero, che questo tale esempio fu allora per inavvertenza da me chiamato baratto, ma poco dipoi corressi l'errore; per tanto non posso negare, che non mi sia alquanto paruto duretto, che il Sig. Galilei avendo veduto la correzione, in ogni modo più di una volta sia entrato a biasimare detta inavvertenza. Che occorre ferire i morti? Che accade confutare quello, che da me è stato reprobato e corretto? Parevami, che ciò si potesse facilmente dissimulare, ma *transeat*.

Presi questo esempio di divisione di mercanzia comune, perchè più facilmente vi si vedeva questa verità, ma non è per questo, che la medesima proporzione aritmetica non entri anco non solo nelle compre, ne'baratti, nelle prestanze, e altre commutazioni volontarie, ma ancora nelle involontarie, come sono l'usurpazioni, l'ingiurie e l'offese, nelle quali in qualche modo entra 'l jus commutativo: allora non mi posi a ciò esplicare, per evitar prolissità, ma ora per obbedienza non guarderò a questo. Nel predetto capitolo quarto ci insegna Aristotile, che nella giustizia commutativa non si ha rispetto a dignità o merito di persona, ma tutti si stimano eguali, e quando uno vende o baratta, non ha a riavere più o meno del giusto per esser più ricco o più nobi-

le, ma ogni cosa si ha a ridurre all' egualità, come se noi fussimo tutti del pari. Ora quando noi venghiamo a contrattare insieme, ci abbiamo a stimare eguali. Però dichiamo per esempio, che io voglia dieci, e voi dieci. Subito che contrattiamo io do a voi o in vendita o in baratto o in prestanza, o in altro modo sei della mia roba, voi diventate di sedici, ed io di quattro. Qui bisogna aggiustare questa inegualità; se noi ricorriamo alla mezzanità geometrica, cioè all' otto, col restituirmi quattro io non avrei il mio conto; nè anco è dovere, che avendo voi dodici più di me, vi si tolga tutto quel dodici per darlo a me, perchè io diventerei di sedici, e voi di quattro, e così tornerebbe la medesima disuguaglianza; ma riducendosi al numero, che tra il sedici e il quattro è mezzano aritmetico, cioè al dieci, allora sarà fatta la giusta agguaglianza.

Aristotile in detto luogo per mostrare, che nelle commutazioni tutti gli uomini si stimarono eguali, quando vuole esemplificare, assomiglia i contrattanti a due linee eguali: v. g. supponghiamo, che A B, ed E H, (Fig. LVI.) siano due contraenti eguali, e per via di alcuna commutazione da A B si levi la parte C B, e si aggiunga all' E H, che crescerà in E M. Per aggiustare questa disuguaglianza si ha da trovare il mezzo aritmetico tra E

M, e C A, il quale sia D D, e questo è quello, che si chiama il giusto, e poi dall'E M si ha da tagliare non tutta quella parte con che supera la A C; ma solamente tutta quella con che supera il giusto D; però tagliandone H M, ed aggiugnendola ad A C, essa ritornerà A B, come era prima.

In oltre pone altri esempj negli atti involontarj dell'offese e dell' ingiuria, e chiama l'offendere acquisto, e l'esser offeso perdita, la qual vien poi dal Giudice stimata o in danari o in altro, per poter ridurre la cosa all'egualità; onde, come dice qui Eustrazio nel comento, pare che il giudice chiami a se l'offenditore dicendo: voi eravate prima del pari, v. g. tu eri quindici, ed egli quindici. Ora per l'offesa, che tu gli hai fatta, la quale da me è stimata nove, tu sei diventato ricco di ventiquattro, ed egli è restato povero di sei. Ora bisogna ridurre la cosa al giusto, il quale è mezzo fra questi due ingiusti ventiquattro, e sei, se egli fusse mezzo geometrico, cioè dodici, non si farebbe la debita uguaglianza, ma sibbene col pigliar mezzo aritmetico. Ed in questa maniera Aristotile ed i suoi comentatori dimostrano la giustizia commutativa governarsi colla proporzione aritmetica, ec.

Ora non pare a me, che mi resti altro da fare se non mostrare, che l'aggiustamento della disuguaglianza delle stime

si appartenga alla giustizia commutativa, e per conseguenza si serva della proporzione aritmetica. Questo assai efficacemente pare, che si possa provare coll' uso inveterato comunemente accettato da ognuno, Quando si radducono due stimatori alla stima di alcuna cosa, v. g. di un podere, e che avute tutte le debite considerazioni sono in differenza, per esempio di cento scudi, e non si vogliono accordare; allora si chiama un terzo, al quale se apparirà alcuna ragione da appressarsi più all'uno, che all' altro, la dirà, ed accomoderà il negozio. Ma posto che a lui non apparisca alcuna probabile ragione contro alcuno di loro, si vede, che secondo un usitatissimo costume questo chiamato dà in quel mezzo colla proporzione aritmetica, e non a torto, perchè non gli apparendo alcuna evidente ragione in favore più dell' uno che dell' altro, perchè debb' egli accostarsi più all' uno, che all' altro? Onde nel caso nostro, se li due stimatori del dieci, e del mille stessero ostinati, e si desse loro un tal terzo, che non vedesse cosa alcuna, che lo persuadesse ad approvare più l' una stima che l' altra, che altro farebbe egli se non dare in quel mezzo? per qual ragione si debb' egli accostare più al dieci, che al mille? Queste ragioni prese dall' uso comune conservato sempre insino da' nostri antichi, appresso di me so-

no di grandissimo momento. E però io stimo assai ben provata questa cosa. Conosco, che io dovrei fermar qui il mio ragionamento, perchè se le cose dette son vere, tutte l'altre opposizioni cascano a terra, e se elle non son vere, non saranno anco di momento alcuno quelle, che io sia per dire; nondimeno per esercizio litterario andrò seguitando l'altre opposizioni.

SECONDA OPPOSIZIONE.

Mi si oppone, che io abbia mal determinato, che la divisione di mercanzia comune appartenga alla giustizia commutativa, perchè secondo lui appartiene alla distributiva. Rispondo, che la giustizia distributiva colla sua proporzione geometrica ha riguardo al valore e al merito delle persone, e dove trova diversità di merito, non distribuisce mai egualmente. Ma quando due mercanti dividono una mercanzia comune, se l'uno di loro avesse più prerogative, che non furon mai, non avrà mai nella divisione pur un quattrino più della metà. E qui non dirò altro.

TERZA OPPOSIZIONE.

Quando io diceva, che le due stime del dieci e del mille sarebbono egualmente stravaganti, quando il giusto prezzo fusse cinquecentocinque, dice, che questo sarebbe vero quando la stravaganza delle stime si pigliasse dalla lontananza dal giusto prezzo, ma ella si dee pigliare dall' esorbitanza. Per rispondere a questa cosa bisogna, che io mi rifaccia un po' più da alto. Quando V. S. mi propose il presente dubbio, me lo propose con queste precise parole: una cosa val veramente cento scudi, da uno è stimata mille scudi, e da un altro dieci scudi, si domanda chi abbia di loro stimato meglio, e chi abbia fatto manco stravaganza nello stimare. Quanto a quelle parole, meglio stimato, mi pensava, che migliore stimatore si dovesse interpretare come nell' altre cose, v. g. miglior tiratore di arco, di balestra o di stioppo si chiama chi col tiro più si appressa al bersaglio; miglior giuocatore di pallottole o di trucco colui, che *caeteris paribus* si appressa più al segno: e con questi mi pareva che avesse conformità il caso nostro, e però migliore stimatore fusse quello, che più si appressa al giusto prezzo della cosa: considerando quell' altra

parola di stravaganza, pensava, che stravagare non volesse dir altro, che andar vagando fuori di qualche cosa, e che tanto maggiore o minore fusse la stravaganza, quanto più o meno altri si allontanasse da quella tal cosa, il qual significato veniva a tornare il medesimo come quel di sopra. Ora questa stravaganza vien chiamata esorbitanza, e guardando io di cavare dalle parole di questa scrittura quel che da lui sia inteso per esorbitanza, mi par di raccorre, che non voglia dir altro, che sciocchezza e balordaggine; poichè quando il Sig. Galilei biasima una di queste stime esorbitanti, le chiama sciocche, stolte, e da uomo cieco di mente, e con altri simili vocaboli, sicchè il ricercare quale stima sia più esorbitante, non vorrà dire altro se non quale stima sia più sciocca, e balorda.

Prima che io passi più oltre intorno alla sciocchezza e balordaggine delle stime, io voglio supporre quello, che si suppone della sciocchezza e balordaggine delle dispute dialettiche. È vero, che il dialettico professa di disputare con qualunque di qualsivoglia problema, ma discaccia dalle sue dispute quegli, che affermassero cose tanto empie, che meritassero gastigo; come chi negasse, che Dio sia buono, o che il Padre si debba onorare, e altre simili, ovvero negasse cosa tanto chiara, che quel tale mostrasse di esser privo di sentimento,

come chi negasse, che la neve fusse bianca, o che il fuoco fusse caldo. Nel medesimo modo tengo, che non si debba aver considerazione di quelle stime, che senza alcuna scusa mostrino, che lo stimatore sia privo di cervello, come sarebbe, che uno vedendo scoperte sopra una tavola diecimila doppie, dicesse, che fussero una o due, ovvero che Montemorello gli paresse una laguna, e che un vitello pesasse quanto un grillo, o che cinquecentocinque piastre fiorentine pesassero una libbra, o altre simili: però da simili sciocchissime stime non voglio, che si piglino argomenti contro di me. Però da certi estremi non si può giudicare della natura della cosa; sebben si vede, che una gocciola di acqua sta rotonda come una palla sopra un mattone, ovvero sta pendente da un tetto senza cadere, non si può poi arguire, che un baril d'acqua sia per fare il medesimo. E sebben nelle precedenti lettere ho ragionato di quegli stimatori, che stimano uno scudo, ovvero dieci quel cavallo, che val cento, nondimeno ho supposto, che questi conoscessero qualche probabil cagione di stime così basse, come dire, pensassero, che quel cavallo avesse tale infermità, che in breve diventasse una carogna, o che dovesse morire la sera medesima, o altre simili. Avendo dunque per nostro supposto scacciato da' nostri ragionamenti queste sciocchissime stime, noi vedremo che la

stravaganza non vuol dir altro, che lontananza dal giusto, il che appare così. Quando 10000. doppie da uno stimatore son giudicate due, e da uno 20000., sebben è più vicino al vero quel di due, che quel di 20000. nondimeno confesso, che sarà più sciocco. Ma partiamci da questi estremi, non mi si argomenti da una gocciola di acqua a un barile: sia lecito a me quello, che è lecito a ogni disputante, partansi da noi questi sciocchissimi stimatori, e parliamo di due stime più giudiziose; una cosa, che vale sessantacinque da uno è stimata sessanta, e dall' altro settanta, qui non è esorbitanza nè sciocchezza; ora se il giudizio della stima non si ha da pigliar dalla vicinanza del giusto, da qual altra cosa si avrà egli a pigliare? si vede pure, che quella stravaganza vuol dir lontananza dal vero, poichè in tutte le stime è stravaganza, o poco o assai, ma non già in tutte è sciocchezza. Ora se il giudizio di queste due stime di sessanta e settanta si piglia dalla vicinanza del giusto, perchè non avverrà il medesimo anco nell' altre?

In oltre supponghiamo, che si disputi del peso di una cosa, che in verità pesi libbre sessanta, e da uno sia stimata libbre cinquantacinque, e dall' altro cinquanta, qui ambidue hanno stimato meno, e pure si dà la vittoria a chi più si appressa al giusto. Se quella cosa fusse in verità pesata quaranta, amendue avrebbon detto

più, e nondimeno sarebbe stimata migliore quella stima, che più si appressasse al giusto. Ora se quando amendue pendono nel più, ovvero amendue nel meno, si misurano le stime colla vicinanza del giusto, qual sarà la cagione, che quando un pende nel più, e l'altro nel meno, non si abbia a osservare il medesimo ordine?

In oltre io considero le parole del dubbio proposto, dove dato, che uno stimi dieci, e uno mille quel che val cento, si domanda due cose, una chi abbia meglio stimato, l'altra chi abbia fatto minore stravaganza. Quanto a quel meglio stimato dico così: dove è il buono e il meglio, bisogna ancora, che sia l'ottimo, perchè dove è una cosa buona, e poi un' altra migliore, se non si terminasse nell'ottimo, si darebbe il processo in infinito; trovato l'ottimo, gli altri buoni tanto sono stimati migliori, quanto più s' appressano all'ottimo, nelle stime l'ottimo, è il giusto, adunque quanto l'altre stime manco s' allontanano dal giusto, tanto saranno migliori, sicchè la lontananza dal giusto determina quel meglio stimato.

Ora se il fare manco stravaganza fusse il medesimo, che meglio stimare, non ci sarebbe più dubbio alcuno. Qui io voglio credere, che siano cose diverse, acciò io non noti di superfluità il propositore del dubbio, che abbia fatta la medesima

domanda due volte, ovvero in due modi. Però è verisimile, che si debba distinguendo dire, che delle stime alcune sono vicine al giusto, ed alcune molto lontane, e che queste seconde sieno chiamate le stravaganti. E che il detto propositore abbia veduto, che amendue le stime sieno molto lontane, e però abbia domandato quale di loro sia manco stravagante. Per determinare il vero in questo caso parmi, che si debba di nuovo distinguere dicendo, di queste stime stravaganti alcune hanno la loro stravaganza chiara, manifesta, ed espressissima ai sensi senza alcuna probabil cagione di tanta sciocchezza, come chi stima due quelle doppie, che son 10000. Alcune altre hanno la loro stravaganza più coperta, e con qualche probabil ragione, come chi vedendo una balletta di piombo, che pesa dugento libbre, pensando che sia stoppa, la stima dieci. Se noi parliamo di queste seconde, dove sia bisogno venire al pesare, misurare o contare, dico, che in queste procedono benissimo tutti i miei ragionamenti fatti di sopra; perchè a che effetto si vien egli al peso e alla misura se non per vedere chi più si sia appressato al giusto? Se noi parliamo di quelle prime esorbitanze sciocche, che di queste niuno Artefice o Scientifico dovrebbe parlare o dar regola, perchè debbono essere scacciate dagli uomini giu-

diziosi, quando mai viene in disputa se un grillo pesi quanto un vitello, o se monte Morello sia una laguna? ma caso ch'e' se ne debba ragionare, per isminuzzare anco un po' più questa faccenda, io voglio farne un' altra divisione dicendo, di queste esorbitantissime stime alcuni hanno l' esorbitanza manifesta da una parte sola o del meno, o del più, come quella delle 10000 doppie stimate due nel meno, e 20000 nel più, dove apparisce più sciocchezza nel meno, che nel più. Alcune altre hanno la sciocchezza manifesta dall' una e dall' altra parte, come se il Gigante di piazza fusse stimato un braccio nel meno, e alto quanto il palazzo nel più, nelle quali amendue stime si vede apertissima la stoltizia. Se noi parliamo di quelle da una parte sola, dico, che da quella parte sempre apparirà la sciocchezza non solo in proporzione aritmetica, ma anco in geometrica. Do questo esempio; io sto appoggiato a una torre alta trenta braccia, e la stimo, e dico, che essa non è niente alta più di me; e un altro dice, ch' ella è alta trecento braccia; qui è la proporzione geometrica, e nondimeno la mia stima sarà sempre tenuta più sciocca, perchè senz' altra misura si vede, che io dico un estremo sproposito; dove a voler vedere di quell' altro bisognerà venir alla misura. Ma se noi parliamo di quelle, che hanno la sciocchezza dall' una e dall' al-

tra parte, dico, che poichè in queste la stravaganza e la sciocchezza non decide la questione, bisognerà venire alla misura del gigante e del palazzo, e guardare quale delle due stime si sia più appressata al vero; sicchè in tutti i modi pare, che la cosa torni quà, che la stravaganza delle stime s'abbia a misurare colla vicinanza del giusto.

QUARTA OPPOSIZIONE.

Questa proposizione è intorno al ritrovar le stime coll' eccesso del meno corrispondente all' eccesso del più in proporzione aritmetica. Mi è domandato così: quando il cavallo di cento scudi sarà stimato nel più mille, qual sarà la stima del meno? A questo rispondo, che senza fare a quel cavallo una covertina sì ricca, ci è un altro modo col dir così: come tu per un cavallo chiedendo mille scudi vuoi dieci prezzi, e così io per un prezzo solo voglio dieci cavalli, e però stimo, che dieci cavalli vagliano cento scudi, e questo non perchè io stimi, che essi vagliano dieci scudi l'uno, ma per avere sopra dieci cavalli quella tanta stravaganza nel meno, che corrispondesse a quella del più. Questa medesima domanda fece l'Amico di Roma, dicendo, se il caval di cento fusse

stimato dugento nel più, a volerlo con pari proporzione stimar nel meno, bisogna dire, che egli vaglia nulla. A questo io risposi, che senza venire a questo sproposito del nulla, ci era un' altra via col dire, che così come tu chiedendo dugento, chiedi due prezzi per un cavallo, così io per un prezzo chiedo due cavalli, stimando che due cavalli vagliano cento scudi. Ora dal Sig. Galilei nella Poscritta mi viene opposto, che io abbia messo in campo l'offerta del nulla; leggasi la mia terza lettera, non si troverà, che io dica questo; anzi per non aver a discender a questo di stimar nulla un cavallo, ho trovato l'altro modo di chiedere e stimar due cavalli cento scudi: è ben vero che io soggiunsi, che in questo modo di stimar cento due cavalli vi era nascoso il nulla, ma non già aperto e spropositato, come sarebbe dicendo, io stimo nulla questo cavallo; perchè mentre io stimo due cavalli cento scudi, non vedo, che si faccia alcuna menzione del nulla; però tutto quello che nella poscritta è detto contro di me in questa materia, è detto a torto, per non aver ben guardato la mia lettera.

QUINTA OPPOSIZIONE.

Mi oppone, ch'io abbia detto, che la stravaganza delle stime si abbia a pigliare

dalla perdita pecuniaria, e però in quelle dove non sia perdita pecuniaria, sebben sieno stravagantissime, a mio detto non sarà errore nessuno. Io ho guardato un po' di bozza, che io ho quassù della mia prima lettera, e non ci trovo questa cosa; ma io voglio concedere, ch' ella ci sia, e rispondo, che io non considero quella perdita pecuniaria se non quanto ella è lontana dal giusto, dalla qual lontananza tengo che si debban giudicare le stravaganze delle stime.

SESTA OPPOSIZIONE.

Fa istanza, che tutti i conti de' mercanti son fondati sulla regola del tre, e però malamente io ho scacciato la proporzione geometrica dai traffichi mercantili. Rispondo, che è vero, che nel trovare i prezzi di tutte le cose, l'acquisto de' cambi e ricambi, nel ritrovare il merito di ciascuno, che ha capitale nella compagnia, e nel ritrovare tutte le difficoltà de' conti de' mercanti si adopera la proporzione geometrica, ma nelle suddette azioni non consiste la commutazione, quando noi verremo all' atto di commutare e di aggiustare i nostri debiti, allora ci entra la proporzione aritmetica. Piglio questo esempio. Quando voi mi vendete trenta libbre di seta, mentre che si va cercando per ora colla re-

gola del tre, a lire venticinque la libbra, quanto varranno libbre trenta, noi non siamo ancora nella commutazione; ma quando si sarà trovato, che io sia debitore di lire 750. e che noi verremo all' atto di pareggiarci, allora si fa la commutazione, e qui si adopera la proporzione aritmetica nel modo che ci ha insegnato Aristotile.

SETTIMA OPPOSIZIONE.

Mi risponde, che a voler giudiçar le stravaganze delli due stimatori del mille e del 10 io adoperi per misura una moneta, ed io rispondo, che così si dee fare; le misure hanno a esser convenienti al misurato; qui si tratta di misurar queste due lontananze dal giusto, che consistono in danari, e perciò ci vuol misura di moneta; quando si tratta di stime, che consistono in braccia, si adopera il braccio, quando in barili, si adoperà il barile, e così in tutte l'altre, stando sempre fermo qui, che queste stravaganze s' abbiano a ponderare secondo la lontananza dal giusto, e secondo che sarà questo giusto o moneta o tempo o linea o superficie o altra cosa, se gli hanno ad appropriare le sue convenienti misure.

OTTAVA OPPOSIZIONE.

In quest'ottavo luogo con una sola cauzione mi difenderò da molte opposizioni a un tempo; la cauzione è questa. Io non voglio uscire della quistione proposta, la quale è fondata sulla considerazione di due stime di una cosa sola; e però quello che mi si opporrà intorno alle stime di cose diverse, non ha che fare col nostro proposito; tutto quello che io ho detto, determinato e concluso, è in considerare due stime d'una cosa sola, i quali detti non si posson poi verificare in diverso proposito, quando si va comparando insieme stime di cose diverse; però tutti quegli inconvenienti, che sono addotti da lui quando va comparando insieme la stima della noce e del giojello, la stima del monte, del vitello, la stima della torre e del giovenco, non hanno che fare niente contro di me; a me basta, che i miei detti si verifichino nelle due stime di una cosa sola; se poi in altro proposito patiscono difficoltà, non ha a parer maraviglia.

NONA OPPOSIZIONE.

La nona opposizione è intorno a colui, che vedendo 10000. piastre sopra una tavola, le giudicasse due o tre. La decima

di quello che giudicasse monte Morello una laguna, alle quali non intendo di rispondere, per la ragion detta nell' opposizione terza, attesochè di simili sciocchissime stime non si dee entrar in disputa.

DECIMA OPPOSIZIONE.

Questa è intorno all'uso comune, che ordinariamente si suol conservare nella decisione delle dispute di simili stime, il qual uso fu da me esemplificato coll' esempio delle scommesse, che i beccai soglion fare a chi più s'appressa alla vera stima del peso di alcun loro animale, dove se l'uno dirà quarantotto, l'altro dodici, solo il trenta è lasciato di parità, ma da' trenta in giù la vittoria è del dodici, da quivi in su del quarantotto, e non si è mai veduto, che in simili casi si vada cercando mezzanità geometrica. Contro a questo mi sono dette due cose, l'una che quelli, che così giudicano sono ignoranti; il che quando sia vero, comprenderò una grandissima parte degli uomini di questo mondo, che pur fanno professione di giudicar bene in questo caso; l'altra, che questi beccai, come esperti e pratichi in simili scommesse, si appressano colla stima al vero peso, e se una cosa sarà cento libbre, a discostarsi molto, l'uno dirà novanta, e l'altro 110. ma in questi due numeri poca differenza

è dal mezzo geometrico all' aritmetico, e questa poca differenza non è da loro considerata, però se ne stanno al mezzo aritmetico. Questo non mi acquieta, perchè se non ci fusse differenza se non un' oncia sola, se fusse dovere attaccarsi al mezzo geometrico, quello a chi e' fusse favorevole per vincer la scommessa, vi si appiglierebbe. In oltre facciamo, che questi medesimi beccai vengano in disputa d'un'altra cosa a loro non tanto nota, v. g. supponghiamo, che due di costoro vedano una balletta ammagliata, e l' uno credendola stoppa la stimi libbre dieci, e l'altro credendola zecchini la stimi libbre mille, e sopra di ciò facciano scommessa a chi più s'appressa al vero. È egli da credere, che essi fussero per lasciare il lor solito costume, e che volessero andar cercando il mezzo geometrico? io credo di no. E ancora quando si venisse alla stadera, io non credo mai, che alcun giudice desse il torto a quel del dieci, ogni volta che si trovasse, che il vero peso fusse da 505.. in qua, e di quest' uso tanto comune e tanto approvato, come ho detto di sopra, mi pare che si abbia a fare grandissimo conto. Di quell' esempio, che qui è da lui addotto, che un beccajo stimi un vitello manco di un' oncia, non fo caso nessuno per la ragion detta di sopra all' opposizione terza, che si ha a ragionar di stima, che abbia

faccia di stima, e non d'una estrema pazzia.

UNDECIMA OPPOSIZIONE.

Seguono ora le opposizioni della poscritta, la prima delle quali è intorno a quell' offerta del nulla, della quale abbiamo di già ragionato nell' opposizione quarta, però non occorre qui replicarlo: l' altra sta intorno a un' opposizione fattami nella lettera dell' amico di Roma intorno a' guadagni e alle perdite de' mercanti, la quale opposizione era questa. Quando il cavallo di cento scudi è stimato nel meno uno scudo, a servar la proporzione aritmetica dovrà nel più essere stimato 199. e così verranno questi tre numeri 1. 100. 199., ne' quali andando dalla sinistra verso la destra, cioè dall' uno al cento, e dal cento al 199., si fa due processi di guadagno, ma molto differenti, perchè quando l'uno diventa cento, si guadagna 9900. ma quando il cento diventa 199., si guadagna solamente novantanove per cento. Andando poi dalla destra verso la sinistra, cioè dal 199. al cento, e dal cento all' uno, si fa due processi di perdita, ma finalmente molto diversi, perchè quando il 199. diventa cento, si perde infino a cinquanta per cento, ma quando il cento diventa uno, si perde novantanove per cento, e però questa cosa non può star bene.

A questa opposizione io diedi nella terza lettera due risposte, la prima sia questa. I guadagni del tanto per cento son fondati sulla regola geometrica del tre, e questi tre soprascritti numeri son disposti in proporzione aritmetica. Or come può da un fondamento di numeri aritmetici nascer la proporzione geometrica? queste sono spezie diverse di proporzione, e non può l'una nascer dall' altra, sarebbe appunto voler che dalle gatte nascessero i cani. L'altra risposta, che io diedi fu questa, che a voler proceder bene ne' sopraddetti tre numeri, non bisogna andare da sinistra a destra, nè da destra a sinistra, ma dal mezzo agli estremi, cioè dal giusto verso amendue gl' ingiusti, cioè dal cento verso l'uno, e verso il 199., e allora saranno le perdite e i guadagni eguali, perchè quando il cento diventa uno, si perde novantanove per cento, e quando il cento diventa 199, si acquista novantanove per cento.

Ora il Sig. Galileo, lasciando stare la prima risposta, la quale io stimo la buona, dà contro alla seconda col dire, che sebben la perdita di novantanove per cento è eguale all' acquisto del novantanove per cento, nondimeno in questi due processi il mercante non apparisce egualmente perito e giudizioso. E in dimostrar questa cosa fa una lunga dimora, ma io brevemente me ne spedisco dicendo, che io non

so caso, se il mercante in questi guadagni e perdite apparisca più giudizioso o no, che importa a me questa cosa? io dissi così per mostrare, che in qualche modo, secondo i tre numeri posti di sopra si trovava egualità di perdita e di guadagno; ma quando ancora questa mia seconda risposta non valesse nulla, io non me ne curo, pur che resti buona la prima, contro la quale non mi vien detto cosa alcuna. Quando a un dubbio fattomi io do due risposte, mi basta che me ne sia menata buona una sola, perchè in virtù di quella sola penso d'aver soddisfatto all' obbligo.

DUODECIMA OPPOSIZIONE.

Questa è intorno a un mio detto contenuto nella mia terza lettera, dove con quell' esempio dello stajo del grano, che val cento soldi, venduto una volta centoventi, e un' altra ottanta, voleva dalla egualità della restituzione argumentare all' egualità della lontananza delle stime del più e del meno. Il Sig. Galilei mi oppone due cose: prima dice, e dice bene, che questa mia ragione varrebbe se la stravaganza delle stime si misurasse colla lontananza dal giusto, ma che questo appresso di lui è falso; in questo ha ragione, in quanto che bisogna prima decidere se la stravaganza delle stime si ha da misurare

colla lontananza dal giusto o no, poi si potrà determinare se questo mio detto sia falso o no. La seconda cosa che mi oppone è, che a questo mio detto ne seguiterebbero molti inconvenienti, quali sono da lui tutti fondati sulla comparazione di stime di cose diverse; ma a questo io dico, che tutto quel che io dico, ed ho detto in questa materia, mi basta, che abbia verità nelle stime di una cosa sola, perchè di queste stime di una cosa sola ho sempre inteso e ragionato, e quello che è detto a un proposito, non è maraviglia che trovi e patisca difficultà in un altro.

ULTIMA OPPOSIZIONE.

L'ultima opposizione è contro a un altro mio detto della medesima terza lettera, il quale essendo similmente fondato sul medesimo fondamento, che la stravaganza delle stime si misuri colla lontananza dal giusto, a ragione vien ributtato dal Sig. Galilei, che tiene che questo fondamento sia falso: bisogna dunque aspettare la decisione della verità o falsità di quel fondamento, e poi si determinerà della verità o falsità di questi miei ultimi detti.

Questo è quanto mi occorre dire intorno alle predette opposizioni. E di tutti questi miei ragionamenti in tutto e per tutto mi rimetto al giudizio del Sig. Gali-

lei, il quale io onoro e reverisco e osservo con tanto affetto, che egli non ha da pensare, che questo che io scrivo sia scritto ad altro fine, che per imparare da lui. Mi sa ben male, che per conto mio abbia avuto briga di questa sua scrittura così lunga, massimamente essendo egli spesso infastidíto da simili molestie, come egli dice nell' ultimo; ma pure come io dissi in principio, bisogna che egli abbia pazienza, e gli convien far conto d'esser a similitudine d' una finissima pietra di paragone, sopra la quale ogni studioso desideri dare un' arrotatura al coltellino dell'ingegno suo per acquistarne sottigliezza e perfezione, e con questo fine a V. S. ed a lui bacio le mani.

Lettera del Nozzolini.

Nell' ultima lettera di V. S. mi vien significato come ella dubita, che la mia ultima scrittura sia per ritrovare inciampo, in quanto che l' autorità di Aristotile appresso a' Matematici moderni è di poco momento. A questo io dico, che quando mi abbia a esser opposto questo, qual cosa risponderò io. Ma intanto acciocchè la mia causa non resti al tutto priva di patrocinio, poichè per me non ha a valere nè autorità di Aristotile, nè alcuno uso in-

veterato, mi piace di addurre a mia difesa un' altra ragione, la quale io riserbava per ultimo refugio; ma poichè io vedo, che ogni altra cosa periclita, l'addurrò di presente. V. Sig. si servirà di essa secondo che più le parrà opportuno.

Nella predetta mia scrittura mi sono affaticato in mostrare come nella nostra disputa si dee adoperare la proporzione aritmetica. Ora con una ragion sola voglio mostrare, che in nessun modo vi si può adoperare la proporzione geometrica. E per provarlo la prima cosa io suppongo, che se noi siamo appresso a una scala, e ragioniamo di salire, noi intendiamo andare dall' infimo grado verso il supremo; se noi ragioniamo di scendere, noi intendiamo andar dal supremo verso il più basso. Similmente se noi abbiamo due numeri diseguali, come otto e quattro, se noi ragioniamo di maggioranza o di tutto o di multiplice, noi risguardiamo dall' otto verso il quattro; se noi ragioniamo di parte e di minoranza, noi risguardiamo dal quattro verso l'otto. Questa cosa manifestamente ci dimostra Euclide quando nel principio del quinto libro definendo la parte dice: *Pars est magnitudo magnitudinis minor majoris*, cioè un rispetto della minore verso la maggiore; e poi definendo il multiplice dice: *Multiplex autem major minoris*, cioè un rispetto della maggiore verso la minore. Il medesimo appunto va repli-

cando nel principio del settimo libro dove parla de' numeri. *Pars est numerus numeri minor majoris, multiplex vero major minoris.* In somma la maggioranza importa andare dal maggiore al minore, e la minoranza importa andare dal minore verso il maggiore.

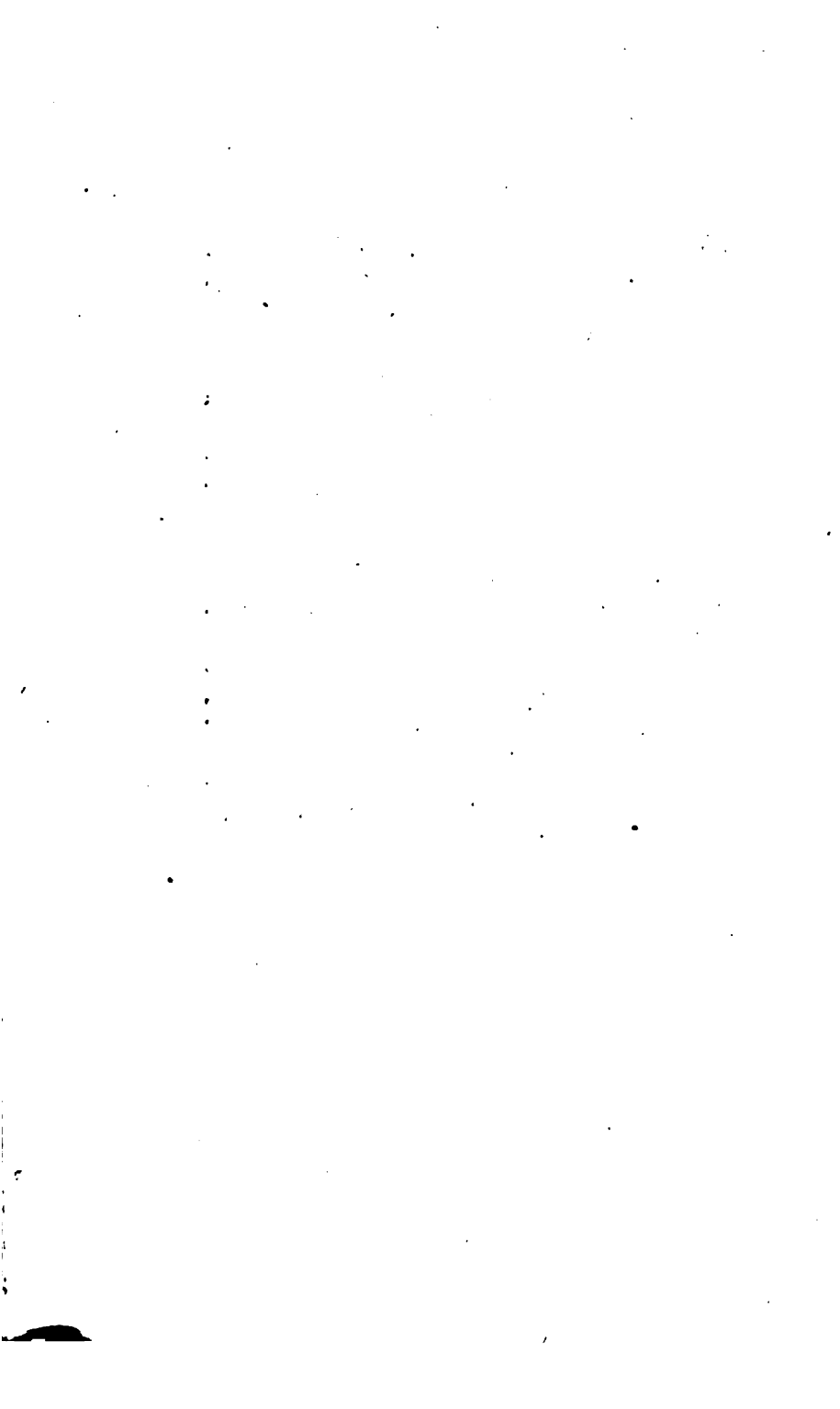
Dipoi io piglio le parole del Sig. Galilei dette da lui nella prima scrittura mandatami da V. Sig. nella quale era posta la decisione del nostro dubbio secondo la sua sentenza, dove dice così. *Egualmente deviano dal giusto quei due, che stimano uno il doppio più, e l'altro la metà meno, uno il decuplo, e l'altro la decima parte.* E per questa ragione vuole, che qui sia proporzione geometrica, perchè come si ha il mille al cento, così si hà il cento al dieci.

Ora per lo contrario io dico così, quando io considero la prima stima, che è di maggioranza, cioè del decuplo più, io vo dal maggiore al minore, cioè dal mille al cento; ma quando io considero la seconda stima, che è di minoranza, e della decima parte, io vo dal minore al maggiore, cioè dal dieci verso il cento. Ma se la cosa sta così, dove si è mai trovato, che proporzione alcuna geometrica si ritrovi tra due processi, de' quali uno vada dal maggiore al minore, e l'altro dal minore al maggiore? questo non si troverà mai. Piglinsi tutte le spezie di proporzione

geometrica raccontate da Euclide nel principio del quinto libro, e guardisi la Omòloga, l'Alterna, la Inversa, la Composita, la Divisa, la Conversa, la Exæquali, la Ordinata, la Perturbata, e se altre ve ne sono, in tutte manifestamente si vedrà, che se nel primo processo si va dal maggiore al minore, nel secondo si ha da fare il medesimo; se nel primo dal minore al maggiore, nel secondo si fa il medesimo. Ma qui nel caso nostro se nel processo della prima stima si considera il decuplo più di maggioranza, cioè si va dal mille al cento, e nel processo della seconda stima, che è di decima parte, e di minoranza, cioè si va dal dieci al cento, come si può dire, che sia geometrica proporzione nel dire come si ha il mille al cento, così si ha il dieci al cento? Questo non sarà mai vero.

Se voi vorrete dire, che la proporzione geometrica si salvi disponendo i numeri così mille, cento, dieci, e col dire come si ha il mille al cento, così si ha il cento al dieci. Rispondo, che questa non sarà la nostra disputa. Noi ragioniamo di due stime di una cosa, delle quali ci sia una del meno, cioè vada dal minore al maggiore, ma nel modo predetto ambedue sono del più. Quando si va dal mille al cento, questa è del più, quando dal cento al dieci, questa è del più. Quando saranno due stime di cose diverse, che ambe-

due pendano nel più, ovvero ambedue nel manco, confesso che vi si possa trovare la proporzione geometrica; ma nelle stime di una cosa sola, delle quali una penda nel più, e l'altra nel meno, se vi si trova mai proporzione geometrica, voglio che mi sieno cavati gli occhi.

Nella proporzione aritmetica non dà fastidio alcuno, che una stima sia del più, e una del meno, perchè quivi non si guarda se non la lontananza, e tanto è andare dal maggiore al minore, quanto dal minore al maggiore; tanta lontananza è dall'otto al quattro, quanta dal quattro all'otto; tanto è da casa mia a casa vostra, quanto da casa vostra a casa mia. Ma nella proporzione geometrica non è così. Non è vero, che così si abbia l'otto al quattro, come il quattro all'otto, perchè l'uno è doppio, e l'altro è metà. E questo mi basti intorno a questa ragione, la quale se mi sarà soluta e abbattuta, prometto di non voler più dire una parola.

FRAMMENTI

DI

GALILEO GALILEI

FRAMMENTO PRIMO.

Di un parere sopra una macchina col pendolo per alzar acqua, proposta da un Ingegnere Siciliano al Sereniss. Gran Duca Ferdinando II.

Io non posso negare, ch' io non restassi ammirato e confuso, quando alla presenza del Sereniss. Gran Duca, e degli altri Principi e Signori mi faceste vedere il modello della macchina da voi in vero con sottilissima invenzione immaginata e fabbricata, per uso di superare con piccola forza grandissime resistenze, e la quale al-

lora era applicata a tirar su colla tromba con pochissima fatica quella medesima quantità di acqua, che senza l' ajuto della vostra invenzione molto maggior fatica ne richiedeva; e quello dal che nacque la somma ammirazione, fu il vedere servirsi voi di un mezzo, che mi pare, che a giudizio di ogni uno dovesse non agevolar l' opera, ma grandemente difficoltarla: attesochè quella forza, che non è potente ad alzar cento libbre di peso, chi crederebbe, che aggiugnendovene oltre alle cento mille appresso, le alzasse tutte? e quello, che accresce lo stupore, che le mille aggiunte fosser quelle, che avvalorassero la debil forza del movente. Le vidi, ed io stesso tentai con una semplice e poco pesante leva zancata di alzare il peso, credo di 40. libbre con una limitata forza; la quale non fu bastante per l' effetto. Voi dipoi ingraviste la detta leva con più di 200. libbre di piombo, e tornando a far prova di alzare quelle prime 40. libbre coll' istessa forza, si vedeva alzar queste, e le 200. appresso dall' istessa leva, la quale stando pendente a perpendicolo nello spignerla fa il suo moto all' insù: sicchè, e lo replico coll' istessa ammirazione, quel peso di 40. libbre, il quale una tal forza non poteva alzare con una tal leva non più grave di due libbre, la medesima forza francamente l'alza adoperando l' istessa leva fatta grave di 200. libbre.

E perchè io già gran tempo fa mi era formato un concetto, e per molte e molte esperienze confermatolo, che la Natura non potesse esser superata e defraudata dall'arte, nel veder sì fatta maraviglia restai ammirato e confuso, e non potendo quietar la mente, nè deviarla dal meditare sopra questo caso, ho fatto un cumulo di' varj pensieri, e risoluto di distendergli in carta, e comunicarvegli, acciocchè quando si veda in pratica, e nella macchina grande la riuscita della vostra vera acutissima invenzione, io possa da voi essere scusato, e per voi scusato appresso gli altri, che le difficoltà, che promuoverò, non sono del tutto fuor di ragione, se non concludenti, almeno in parte verisimili. E talvolta, quando nel discorso che son per fare, fosse cosa, che movesse dubbio circa i vostri supposti e fondamenti, possiate coll' acutezza del vostro ingegno usarvi gli opportuni rimedj: perchè, da persona di onore, vi affermo, e ne chiamo Dio in testimonio, che io assai più desidero la riuscita di questa invenzione, e che tale strumento sia sopra tutti gli altri avvantaggiato, che l' opposito; ancorchè io mi sia lasciato intender in genere, tutte le macchine esser dell' istesso valore quanto all'effetto da farci formalmente, tutta volta che si rimuovessero gl' impedimenti, che si possono attribuire alla materia; dal che ne seguita, che le macchine quanto più

saranno semplici, tanto meno saranno sottoposte agl'impedimenti, ed in conseguenza di maggiore operazione.

Quando io dico, che la Natura non permette di esser superata, nè defraudata dall'arte, intendo (stando nella materia, che si tratta) che avendomi essa Natura conceduto v. gr. 10. gradi di forza, che è quanto a dire, virtù di pareggiare 10. gradi di resistenza, ella mi nega, e non mi permette per artifizio veruno il superarne nessuna, che sia più di 10. gradi. E di più soggiungo, che ella mi vieta l'applicare tutta la mia forza di 10. gradi in superare o muovere una resistenza, che sia solamente 4 o 6 gr. o in altro modo minor di 10. E chi direbbe, che mentre con tutta la mia forza io strappo una cordicella, io tutta la medesima forza adoprassi o potessi adoprare in rompere un debole spaghetto? o se con tutta la mia io alzo un peso di 100 libbre, la medesima io usassi in alzarne uno di 10?

Questo mio primo detto, cioè, che per artifizio nessuno sia possibile, che forza nessuna superi, o muova resistenza alcuna maggiore di lei, pare, che abbia molte e molte esperienze in contrario, nelle quali vediamo non senza maraviglia, con piccolissima forza muovere ed alzare gravissimi pesi. Consideriamo la stadera, dove apertamente si vede il romano, che non pesando più di 10 libbre contrappe-

sa, ed alza una balla, che ne peserà più di mille. Guardiamo l' Argano, non si vede egli colla forza di un uomo tirare in alto una pietra di 3000. libbre? E non è questo uno superare coll' arte un' immensa resistenza con picciolissima forza? Bene, ma io, Sig. mio, da queste medesime esperienze argomenterò tutto l' opposito; e mi maraviglierò, come quella balla di 1000. libbre non possa alzare il romano, che non resiste salvo che con 10, e che le 3000. della gran pietra non isforzino l'uomo, la cui forza è eguale appena al momento di 100. libbre. Da questi due strumenti dunque non si può cavare con più vera conseguenza, che l'arte guadagni 100. o 300. per uno, che ella scapiti, e perda a cento o trecento doppi. Dalle quali due egualmente concludenti conseguenze tra di loro contrarie, la vera conclusione da tirarsene è, che l' arte, per quanto appartiene al far forza, non guadagna nulla sopra la resistenza della natura. E quella stima, che resta negli uomini, proviene dal comodo e dall' utilità, che caviamo, attesochè mille volte il giorno ci serviamo del romano per alzare e pesar balle, e dell' uomo per tirare in alto gravissimi sassi, e raro o non mai delle balle per alzare i romani, e de' sassi per respignere indietro gli uomini.

Ora è bene, che consideriamo in che consista l' aggiustamento fra l' Arte e la

Natura; calcolo, e ragione, che è assai facile e chiara, mentre che tutto si ragguaglia colla velocità e tardità di moto, o vogliam dire tardità e lunghezza di tempo. È vero, che un solo uomo, la cui forza ha momento per 100 libbre, alzerà e strascicherà per terra 10 m. libbre di peso, ma se noi avvertiremo quanto sia il viaggio, che fa l'uomo, e quanto quello, che fa la colonna, troveremo, che quando questa si sarà mossa un braccio, il motore ne averà camminate 100, che è quanto a dire, che il motore si è mosso 100 volte più veloce della colonna. Dove si vede, che ragguagliando le partite, quando quel sasso si fosse diviso in cento parti eguali, ciascuna sarebbe stata 100 libbre, e però equivalente alla forza del motore, il quale in cento viaggi di un braccio l'uno avrebbe traportati i cento pezzi del sasso in distanza di un braccio, muovendosi con quella medesima velocità, cioè dentro al medesimo tempo. Il vantaggio dunque dell' Argano non è, che ei ci diminuisca la fatica o il tempo, ma che la colonna si conduca intera e non in pezzi, i quali poi non si possono rattaccare ed unire in un solo conforme al nostro bisogno: dove si vede, che se il peso da condursi fosse di un vaso di acqua di 100 barili, poco o niun comodo mi apporterebbe il condurre coll' Argano tutta la gran botte piena in un sol

viaggio colla forza di un uomo, o condurla col medesimo uomo in altrettanto tempo a barile per barile in cento viaggi, avvengachè l'acqua si rattacca insieme, e torna in una sola massa come prima.

Due altri modi in apparenza diversi dal sopra detto par che l'arte abbia ritrovati, per poter pure con pochissima forza superar resistenze grandissime. L'uno è l'urto, o vogliam dire, il colpo o la percossa, alla quale par quasi, che non sia resistenza, che non ceda. L'altro è il fare una, dirò così, conserva e cumulo di forze aggregate insieme, il che si fa quando, imprimendo io la mia forza, che ponghiamo che sia di 10 gradi, in un mobile, che me la conservi, torno ad imprimergliene altrettanta, sicchè congiunta co' primi 10 gradi, in quello, che la conserva, se ne trovano 20, e continuando d'imprimerne di volta in volta altri 10, e 10, si raunerauno nella conserva 100, 200, e 1000. gradi di virtù potente a superare resistenze grandissime; contro le quali di niuno effetto era la mia pura virtù di 10 gradi.

Per una tal conserva di forza accomodato esemplo ce ne dà il gravissimo pendolo da voi medesimo adattato alla leva, il quale ricevendo impulsi dalla debolissima forza, facendo di quelli conserva, ne fa un cumulo, e per così dire, un capitale tanto grande, che soprabbondantemen-

te ne può andar poi distribuendo ed applicando a superar resistenze, quali la prima forza non bastava a gran segno di muovere. Esempio della virtù e possanza degli urti ne abbiamo in quelle viti, colle quali si soppressano le Rasce, o si stringono le gabbie dell'ulive per trarne l'olio; le quali viti, sul principio mentre la resistenza non è molta, si volgono con una piccola stanga, ma finalmente crescendo nello strignere la resistenza, conviene moltiplicare gli uomini, ed usare una stanga maggiore, colla quale spingendo pure si gira la vite, sicchè in ultimo, non bastando più il semplice impulso, si ritira indietro la grande e grave stanga, colla quale con replicati urti si arriva a cacciar la vite con que' tre o quattro uomini, dove collo spignere senza urtare non la caccerebbero sei o sette.

Sopra queste due esperienze mi par, che con grande accortezza, e con sottil ragione si appoggi il fondamento della vostra macchina, dove si vede il gravissimo pendolo, quasi abbondante conserva di forze, poterne andar dispensando continuamente quella parte e quantità, che è necessaria per superare la resistenza del peso, che si dee alzare, e di più servendosi del secondo benefizio degli urti, dopo essersi ritirato indietro, tornare, a guisa di gagliardo Ariete, a raddoppiare la percossa e l'impeto.

Tutto questo mi par che sia con tanta industria e con tanta sottigliezza d'ingegno compartito, che quando ben l'effetto non rispondesse puntualmente all'aspettazione, io ad ogni modo anteporrei questa a molte altre invenzioni. E perchè io estremamente desidero, che l'effetto risponda all'opinione, ho risoluto andar toccando que' dubbj, ch'io non so risolvere, e che mi par che possano arrecare qualche intoppo all'opera, acciocchè voi (quello, che non so far io) me gli rimoviate, e se ne avessero bisogno, vi arrechiate opportuno rimedio.

Riducendo la vostra macchina artifiziosa al più semplice disegno, ch' io possa, per più chiara esplicazione del mio concetto figuro questa D A E (Fig. LVII.) esser una leva zancata sospesa nel punto A; dove intorno ad un asse, o vogliam dire un perno, ella sia convertibile, sicchè spingendo l'asta maggiore A D verso A F, la zanca A E venga a urtare col termine E in un rampino G; dal quale penda il peso P da esser alzato, il qual peso pongo per esempio esser 100 libbre. Suppongo poi l'asta A D. esser v. g. lunga 5 volte più della zanca A E, e la forza, che dee muovere, pongo minore assai della resistenza del grave P. Sia per tanto equivalente al momento di 5 libbre, sicchè applicata nel termine D, spignendo verso F, non potrebbe col punto E alzar

peso se non minore di 25 libbre, e però impotentissima ad alzar il grave P supposto esser libbre 100.

A questa impotenza voi soccorrete col sommamente ingravire il braccio della leva A D convertendolo in un pendolo grave di 400 libbre di peso, o di più ancora, se più ve ne bisogneranno. Apparecchiate queste cose, voi senza errore discorrete, ed in atto pratico osservate, che essendo costituito simil pendolo a piombo, secondo il perpendicolo A D, e sostenuto in A con un bilico esquisito, non è forza così piccola, che spignendolo verso la parte F, (tolto via il rampino, e il peso P) non lo rimuova qualche poco del punto D. E però applicandovi la supposta forza di cinque gradi si muoverà alquanto verso F, e lasciato in libertà, ritornerà per se stesso verso D; oltre al quale passerà poco meno d'altrettanto verso B, quanto per l'impulso datogli era pur ora andato verso F. E perchè tal impeto non si è perduto, se coll' istessa virtù di cinque gradi se gli aggiugnerà il secondo impulso, già ne averà 10, e più oltre trapasserà verso F, ed insomma aggiugnendo impulso sopra impulso 4, 6, 10, e 20 volte, verremo ad imprimer nel pendolo impeto tale, che ampliando le sue vibrazioni nello scender dal termine B, per l' arco B D sarà bastante a sollevare se stesso, cioè 400 libbre di peso per altrettanto spazio

sino in F, e tutta questa virtù e impulso è frutto della piccolina forza de' 5 gradi, i quali è manifesto, che continuando gli impulsi, gliela potrebbero accrescere ancora, o almeno perpetuare. Aggiunghiamo adesso il rampino G col peso P di libbre 100; non è da dubitare, che scendendo il pendolo A B pell' arco B D, ed incontrando nel punto D, dove l' impeto suo è il massimo, e il moto è il velocissimo colla zanca A E il rampino G, gli darà d' urto con tal forza, che ben per grande spazio solleverà il peso P delle 100. libbre, e ritornando poi indietro verso B, io a tempo colla replica e giunta de' miei 5 gradi andrò mantenendo in vigore il pendolo, e continuando l' opera.

Ora, se il discorso vostro fondamentale procede così, mi si rappresentano alcune difficultà, che mi muovono a dubitare. E prima, concedendo, del che non dubito, che nel pendolo sia stata fatta una conserva di forza potente a sollevare le sue 400. libbre di peso per tutto l' arco D F; questo accaderà sempre tutta volta però, ch' ei non trovi intoppo nel viaggio, ma se passando per D, urta colla zanca A E in una resistenza di 100 libbre, ancorchè quivi in D sia il sommo vigore della sua forza, pare che pur gliene debba in parte essere diminuita, cioè s' io non m' inganno, la ventesima parte. Imperocchè, trovandosi il pendolo A B,

quando è pervenuto in D con impeto d'alzare le sue 400 libbre sino in F; tal impeto ne alzerebbe colla zanca A E cinque volte tanto, cioè due mila, per essersi posto il braccio A B quintuplo in lunghezza della zanca A E; l'urto dunque nel peso P, che è 100 libbre, detrae 100 dalle due mila, cioè la vigesima parte. Ritorna dunque il pendolo indietro colla vigesima parte manco dell'impeto, col quale dianzi si partì scendendo dal punto B; tal che nella tornata non ricalerà dal punto B, ma da altro H più vicino a D, e l'impeto che fu come di 400 libbre verrà ora come di 380, cavandone cioè le venti toltegli dall'urto in G. Bisognerebbe dunque, per ristorar la perdita de' venti gradi d'impeto, restituirgliene altri venti, ma la forza del movente non ne ha da prestare se non cinque; adunque il pendolo, che nella prima scesa dal termine B, si partì con impeto tale, che arrivando in D, si trovava con 400. gradi d'impeto, in questo secondo passaggio ne averà solamente 385, de' quali il nuovo urto in G torna a levargliene venti, (che tanti son quelli, che son necessarj per alzare il peso P) talchè i gradi 385 diventano 365; per lo che tornando indietro il pendolo non risalterà alla medesima altezza H ma più basso; dove il motore gli somministrerà i suoi cinque gradi di forza, sicchè scendendo con 370 alzerà ben per ancora

il peso P, ma con perdita di venti gradi di forza, e così continuando in ogni andata la perdita di venti, ed il ristoro di cinque, in breve tempo mancherà l'ajuto di costa del pendolo.

Propongo nel secondo luogo un' altra considerazione. Voi dite: la forza che si adopra non è più di cinque gradi, adunque colla pura leva D A E, della quale il braccio D A è quintuplo della zanca A E, non si può alzare più di 25 gr. di resistenza, ma la resistenza del peso P è 100 gradi, adunque è impossibile alzarlo. Vero, ma ditemi, se con fare quattro parti del peso P non potrò io colla detta forza alzarne una per volta, e tra quattro volte alzar tutto il peso, come col pendolo io l'alzava in un tratto solo? certo sì; e l'opera sarebbe ragguagliata, tutta volta che si potesse nel tempo, che col pendolo si danno v. gr. dieci impulsi, darsene 40 colla leva semplice, il che penso io, che si potrà fare, però considerate le seguenti particolarità nel pendolo.

Prima a voler che il momento della sua somma gravità lavori, bisogna ritirarlo indietro in gran lontananza dal perpendicolo A D, altrimenti l'urto suo è debole, e questo tornare indietro da D verso B colla tornata in D è tutto tempo ozioso e gittato via. Ma all'incontro la forza applicata in D alla leva leggera è tutta uti-

le, lavorando per tutto lo spazio, che si spigne verso F. La gravità del pendolo fa, che la forza non la può brandire, nè far che le sue andate e tornate, cioè le sue vibrazioni non sieno se non sotto un tempo limitato, e assai lungo in comparazione delle vibrazioni, che apprendendo colla mano il termine D dell' asta leggiera A D, la forza potrà fare molto frequenti. Aggiungasi, che se l' andata del pendolo non è per un grand' arco, l' impeto del pendolo scendente non acquista gran momento, e per breve spazio trapassa oltre A D verso F, e poco s' alza la stremità della zanca E; ed in conseguenza poca è l' acqua, che si cava in una sgorgata; dove è da notarsi, che l' impeto del pendolo sempre va diminuendo nel montar su dal D verso F, ma la forza posta in D spignendo verso F, sempre è la medesima; sicchè si può continuare quanto ne piace a fare la sgorgata lunga, e cavar in conseguenza più acqua.

FRAMMENTO II.

Di un Parere di Galileo Galilei sopra una macchina a mulino col pendolo, proposta da un Siciliano al Sereniss. Gran Duca Ferdinando II.

Per concedere alla parte ogni maggior vantaggio, che desiderar si possa per la ragione sua, io concedo i membri di tutta la sua macchina, cioè Macine, Ruote, Conocchie e Leve, essere di maniera aggiustate, librate, e così porporzionatamente compartite, e più gli assi, i perni, ed i poli esser tanto delicatamente lavorati, bilicati ed unti, che il tutto insieme, mentre abbia da camminar vacuo, possa esser mosso con qualsivoglia gran velocità da ogni minima forza, da un soffio solamente. E questo si dee intendere trattone il pendolo, il quale essendo un peso molto grave, e dovendo, nel muoversi, esser alzato (il che non accade ad altro membro della macchina) non può esser rimosso dal suo stato perpendicolare, se non da qualche forza: e perchè tal pendolo ritiene per qualche tempo l' impeto, che successivamente gli viene dalla virtù movente contribuito, io (persistendo nel-

la medesima larghezza di concedere alla parte ogni maggior vantaggio) voglio supporre che tal tempo sia una eternità, quando da esterno impedimento non gli venisse fatto resistenza, ed intoppo: sicchè finalmente in virtù di tal impeto impresso nel pendolo, anche tutto l' ordigno insieme fosse atto a muoversi in perpetuo, muovendosi però vacuo da ogni operazione. Ma quando si levi il pendolo, e si aggiunga sotto la macine il grano da frangersi, perlochè ella non si muova più nella sola aria libera, ma urti negli intoppi de' grani frapposti; è ben necessario concedere, che per far l' effetto e continuare l' operazione del macinare, il primo movente vada continuando di far forza, e che dove prima per mia concessione tutto l' ordigno, rimossone il pendolo, doveva andare a voto, aggiuntovi ora la resistenza del grano, abbia bisogno d' una determinata e non minor virtù movente; determini dunque la parte quanto debba esser almeno tal virtù, e chiamisi ver. gr. dodici gradi, sicchè da virtù minore di dodici gradi il grano non potrebbe esser macinato; e però possiam dire, che la resistenza di esso grano, nell' atto dell' esser macinato, pareggia dodici gradi di virtù movente senza che niente gli avanzi, e questo s' intende lavorando senza il pendolo. Ma considerando la parte, come il pendolo è in un certo modo una conserva inesausta di

virtù (poichè egli è atto a ritenere eternamente qualsivoglia impeto una sol volta conferitogli) e di più vedendo come col farlo più e più grande e pesante, si può esso ridurre ad esser atto a ricevere, e conservare maggiore e maggior numero di gradi e di virtù, e che perciò tal immensa virtù gli può esser impressa anco da pochissimi gradi di forza motrice, coll'andar successivamente più e più volte facendogli impeto; considerando dico la parte cotali accidenti ha creduto, coll' intervento del pendolo poter far l' istesso effetto nel macinare con forza minore di dodici gradi (che per supposizione è la minima, che possa macinare senza il pendolo). Ora posto il pendolo capace d' ogni gran numero di gradi di virtù, determini la parte quanta forza vuol che sia quella del primo movente, del qual ella si vuol servire, e quanti gradi ella ne voglia imprimere e depositare nella conserva del pendolo innanzi che si cominci a mandare il grano sotto la mola, sia per esempio cento gradi. Or cominciando l' operazione, dia il movente il primo impulso, col quale e' si muoverà il pendolo dal suo stato primo perpendicolare, e lo solleverà tanto, che nel ritorno averà acquistato due gradi di virtù, quanto è quella del movente (che se la parte credesse ch' e' ne acquistasse più, non occorrerebbe dar più impulsi, perchè ritornando il pendolo ver-

so il perpendicolo, ed avendo egli concepito più di due gradi di virtù, trapasserebbe, spinto da se medesimo, dall' altra banda del perpendicolo per maggiore intervallo, che non fu quello del primo impulso datogli da due gradi soli del movente, e così successivamente si anderebbe da se stesso avanzando nell' impeto infinito, che è grande assurdo). Ma perchè questa virtù è impressa nel pendolo indelebilmente, tornando il movente a dargli un altro impulso, gl' imprimerà altri due gradi di virtù, sicchè già ritornerà con quattro, e nel terzo impulso ne acquisterà altri due, sicchè saranno sei, e successivamente in 50 spinte acquisterà i cento gradi di virtù in se stessa perpetua, quando bene il movente cessasse, pur che non gli fosse opposto alcuno intoppo. Or continui pure il movente la sua operazione, e comincisi a mandare il grano sotto la mola, la resistenza del qual grano, per la supposizione, pareggia 12 gradi di virtù movente, adunque nel tempo d' uno impulso il movente conferisce due gradi di virtù, ma il grano ne arreca dodici di resistenza, però ai cento gradi d' impeto del pendolo ne saranno levati dieci; ond' egli opererà con novanta solamente; ma nel seguente impulso il movente ne aggiugne due, e il grano pur ne rimuove dodici; sicchè il pendolo si riduce a lavorar con ottanta, e così conseguentemente, levando

il grano cinque volte più che non rimette il movente, in manco tempo di quello di nove impulsi sarà finita la virtù, e fermato il mulino, il quale non cominciò a macinare se non dopo il tempo di cinquanta impulsi, e così in tale operazione si sarà buttato via circa i $\frac{5}{6}$ del tempo, anzi molto più ancora, se noi meglio andremo considerando il tutto. Sarebbe tale il dispendio del tempo, quando la virtù adjutrice del pendolo prestasse il suo ajuto continuamente, siccome la resistenza del grano senza intermissione continuamente impedisce; ma il pendolo circa agli estremi termini delle sue andate, nelle quali e'si riduce allo stato di quiete, pochissimo o nulla opera, facendo forza colla sola sua gravità, privata di velocità di moto, la qual velocità egli ancora languidamente racquista, mediante la resistenza del grano; dal che ne seguita, che i suoi impulsi sono interrotti, e che buona parte del tempo si spende oziosamente. Ma dirà forse l'avversario, poter pur ricever comodo dal pendolo sebben non così grande, quanto sarebbe il già detto, che era il poter fare, mediante l'ajuto del pendolo, con due soli gradi di forza, quello che senza esso si farebbe con dodici gradi, ma dirà ciò potersi ottenere colla forza di dieci

gradi; ma io replicando il medesimo discorso, mostrerò questo esser impossibile; dichiarando che se in dieci impulsi s' imprimono nel pendolo cento gradi d' impeto operando senza grano; all' incontro, nel tempo di 44 impulsi susseguenti, la resistenza aggiunta del grano fermerà il macinare: perchè, mentre la forza de' dieci gradi moventi fa un impulso tale, che i 100 rimangano 98, e scemandone due nell' altro impulso rimangano 96: e finalmente al quarantaquattresimo impulso si riducano a dodici, i quali vengono pareggiati dalla pura resistenza del grano. E tutto questo segue quando la macchina tutta fosse libera da tutti gl' impedimenti esterni ed accidentarj, conforme alla vantaggiosa supposizione fatta a principio: la qual cosa è del tutto falsa e impossibile; anzi gl' impedimenti son eglino pur molti e molto grandi mediante i tanti toccamenti di denti con ruote e conocchie, di fusi con perni, di poli con sostegni, e dell' immensa gravità stessa delle ruote e delle macine, tal che assolutamente la forza movente meglio, e più validamente opererebbe senza il pendolo, e meglio ancora lavorandosi con una sola e semplice ruota dentata, che toccasse un solo rocchello adattato nel fuso della macina.

FRAMMENTO III.

Dell' istesso parere di Galileo Galilei, cominciato a distendere in dialogo.

INTERLOCUTORI

Salviati, e Sagredo.

Salv. Non so s' io m' abbia ben capito la struttura, e la maniera d' operare di questo nuovo strumento, per sollevare con poca fatica pesi gravissimi. Dirò ciò che apprendo, e voi supplirete in quello, ch' io mancassi. Nel proposto disegno il peso da essere alzato è questo notato A, posto essere di cento libbre. Questa C D E (Fig. LVIII) si figura essere una leva zancata convertibile intorno ad un perno stabile fermato in D. Il braccio maggiore che pende, cioè la lunghezza D E, si pone esser quintupla del minore C D. La forza movente applicata nell' estremità E è eguale al momento di cinque libbre di peso. Ora astraendo dal peso della leva, cioè supponendo ch' ella non pesi nulla, è manifesto, che la forza posta in E, non avendo maggior momento, che l' equiva-

lente di cinque libbre spignendo contro al grave A, non potrà coll' estremità C alzare più di venticinque libbre, anzi sostenere, ma l' A è cento, dunque lontanissimo dall' esser mosso da cinque. Per far dunque, che questa piccola forza o momento superi la quattro volte maggiore resistenza o momento, servendosi pur dell' istessa lunghezza di leva, si ha l' autor della macchina (in vero con sottile avvedimento) immaginato di sommamente ingravire il braccio della leva D E, e dove si supponeva esser senza gravità, convertirlo in un pendolo di quattrocento o più libbre, figurato per D F G, ed accomodando al peso A un rampino B sotto il quale vada a urtare l' estremità C della zanca D C, ha senza errore compreso, che mentre il pendolo sia a piombo, ogni minima forza lo può rimuovere dallo stato perpendicolare; nel quale poi, mercè della propria gravità lasciato libero ritorna non solamente, ma oltre di quello trapassa quasi altrettanto, quanto dalla detta forza ne fu allontanato: dal che ne seguita, che se nel ritorno, che per se solo farebbe, se gli applicherà il secondo impulso della medesima forza, trapasserà lo stato perpendicolare di assai più che prima, ed aggiugnendo poi al secondo ritorno il terzo impulso, e così successivamente continuando gl' impulsi a tempo proporzionato a' ritorni, piglierà, a guisa

di campana, frega, ed impeto tale, che sarà bastante a sollevare in ciascuna sua vibrazione non solo il proprio peso delle quattrocento libbre, ma urtando coll'estremità della zanca C nel rampino B, alzerà il peso ancora delle cento di A, e la forza movente, benchè non superiore al momento di cinque libbre, lavorando in E, conserverà, e continuerà perpetuamente l'impeto del pendolo, col quale, come si vede in ogni vibrazione, leverà su il peso di cento libbre del peso A, col solo peso di cinque. Non so s'io m'abbia bene inteso e spiegato il concetto dell'Autore.

Sagr. Inteso, per quanto credo, e spiegato benissimo, ora che dice V. S. di invenzione così bizzarra?

Salv. Dico, che ha sembianza d'una delle più ingegnose, che mai sieno cadute nei più svegliati ingegni; perchè il sentirsi dire, mentre che colla leva D E tu non sei potente ad alzare la quarta parte del peso A, io voglio far sì, che coll'istessa e nell'istesso modo usata tu ne alzi non sole le cento di A, ma quattrocento altre appresso, e che queste quattrocento sien quelle che ti avvalorino, pare che trapassi tutte le immaginazioni. Ma vorrei io qui sapere se l'inventore termina qui l'uso di tale invenzione, o pur l'adatta a qualche particolare con notabile acquisto sopra la facoltà d'altre macchine indirizzate a simili effetti di alzar pesi.

Sagr. Io credo, e così parmi, che la macchina si potrebbe applicare a varie operazioni, una delle quali, che per ora ha nell' intenzione l'Autore, è di applicarla ad una tromba per alzar l' acqua; dove il solido A, rappresenta il zaffo con tutto il peso dell' acqua da alzarsi. E più manifestamente si scorge, che in virtù del pendolo ad ogni sgorgata si potrà buttar fuori gran quantità d' acqua, cosa che senz' esso non si farebbe.

Salv. Tutto cotesto è verissimo; ma crede V. S. che perciò tale strumento sia bastante a cavarne notabil quantità più d'ogn' altro? Perchè dal discorso fatto sin qui par che si possa concludere un eccesso grandissimo, giacchè colla tromba circoscritta in virtù del pendolo se ne caverà gran copia, e senz' esso nè pure una gocciola.

Sagr. Una differenza tanto grande quanta è dal molto al niente mi conturba, e mi fa entrare in sospetto, che sotto così speziosa e mirabil apparenza non s' asconda qualche gran fallacia: però non so che mi rispondere.

Salv. Credo che il vostro sospetto non sia vano, anzi tengo per fermo, che non pochi altri strumenti nel presente caso di alzar acqua non saranno inferiori a questo, ma per non avere a fare lunghi discorsi nel paragonarlo con altri molto diversi, voglio che trattiamo d' una simil

tromba, la quale lavori coll' istessa leva zancata, privata, e libera dalle quattrocento libbre del pendolo, o da ogn' altro peso. Ma prima che passar più avanti, penso di poter mostrare a V. S. con certa general considerazione, come veramente è forza, che nel discorso sopra fatto si occulti qualche fallacia. Però ditemi, se (rimosso il peso A) applicata una limitata forza equivalente, v. g. di quattro libbre di peso, a spignere, e far vibrare il pendolo D E di peso di quattrocento libbre, vi sia necessaria una distanza determinata, oltre alla quale non sia possibile passare.

Sagr. Circa questo che V. S. mi dimanda stimo primieramente, che non solo il momento delle quattro libbre di forza sarà bastante a rimuovere il pendolo dalla quiete, cioè dallo stato perpendicolare, ma che ogni minima che se gli applichi ne lo rimuoverà, la quale poi, secondo che sarà maggiore, per maggior distanza lo sospignerà. In oltre se nel ritornare indietro, che farà esso pendolo per la propria gravità, la detta forza lo risospignerà, lo farà slontanare ancor più dal perpendicolo, ma però una forza molto inferiore al momento della gravità del pendolo, quale è la proposta di quattro libbre v. g. d' un arco di dieci o dodici gradi; oltre al quale nol potrà giammai far sormontare.

Salv. Così è necessario che sia. Ma quando levato il peso del pendolo, la leva D E restasse leggerissima, e quella medesima forza delle quattro libbre se gli applicasse, sino a quanto allontanamento dal perpendicolo la potrebbe sollevare?

Sagr. Potrebbe accompagnare per tutto un intero quadrante, e più.

Salv. Or torniamo alla figura col pendolo. E posto che esso dal momento delle quattro libbre di forza non potesse nè accompagnato, nè vibrato muoversi oltre a dieci gradi, quando la distanza C B, tra la zanca D. C, e il rampino B, fosse di dieci gradi del cerchio descritto dalla linea D C, intorno al centro D; l'estremità C, cacciata dalla vibrazione del pendolo non vi arriverebbe mai, e in conseguenza mai non verrebbe alzato il peso A, quando ben fosse solamente un'oncia. Ma consideriamo adesso quello, che si potrà fare colla medesima leva zancata rimossone il peso del pendolo. E perchè si è concluso, che le quattro libbre di forza potranno sospigner la leva non solo oltre a dieci, ma oltre a novanta gradi, quando l'estremità C della zanca arriverà al rampino B, essendo la leva E D quintupla della zanca D C, la forza quattro potrà levar venti di resistenza, che fosse in A. Ecco dunque scoperto, come nel discorso fatto di sopra ci è sotto qualche fallacia, poichè in quello si concludeva,

che la medesima leva in virtù del gravissimo pendolo alzava gran peso, e senza il pendolo non alzava nulla; ed in questo per l'opposito si dimostra, che la giunta del grave pendolo toglie del tutto il poter alzar gran peso, che senza il pendolo comodamente si solleva con quattro di forza. La proposizione dunque universale, che la gravità aggiunga forza alla leva nell'alzar pesi, è falsa.

PARERE
DI GALILEO GALILEI
INTORNO
ALL' ANGOLO DEL CONTATTO

Spiegato da esso in una lettera di risposta, scritta dalla Villa d'Arcetri ne' 30 Ottobre 1635. a Giovan Cammillo Gloriosi Matematico Napolitano.

E stampata da questo nella sua terza Deca dell' Esercitazioni Matematiche a facc. 146. *dell' impressione di Napoli nel* 1639. *in quarto.*

Dopo d'aver accusato la ricevuta di questa Deca inviatagli dal Gloriosi, così segue il Galileo.

Intanto, per segno d'aver pur veduto qualcosa delle sottilissime speculazioni di di V. Sig. voglio conferirle certo mio discorso, che gran tempo fa mi passò per la fantasia, per provare, che l'angolo del

contatto sia detto così equivocamente, e che in somma non sia veramente angolo, convenendo in questo col Vieta, le cui ragioni molto acutamente par che V. Sig. vada redarguendo; sicchè se mi mostrerà la fallacia della mia, che mi par poco men che concludente dimostrazione, bisognerà, che io sia con lei.

Stando dunque sulla ricevuta definizione, che *l'Angolo sia l'inclinazione di due linee poste in un piano, che si toccano in un punto, e non son poste fra loro per diritto*; figuriamoci un poligono rettilineo ed equilatero inscritto nel cerchio. È manifesto le inclinazioni o direzioni de' suoi lati esser tante, quanti sono gli stessi lati, se saranno di numero dispari, ovvero quanto la metà, se il numero sarà pari (avendo gli opposti la medesima direzione). Ora se intenderemo a qualsisia linea retta A B esser applicato il lato C D (Fig. LIX.) d'uno di detti poligoni; questo con quella non formerà angolo, camminando amendue per la medesima direzione, ma ben lo formerà il lato seguente D E, come quello, che sopra la segnata retta si eleva, ed inclinandosegli sopra, la tocca. E perchè il cerchio si concepisce esser un poligono di lati infiniti, è necessario, che nel suo perimetro sieno tutte le direzioni, cioè infinite; e però vi è quella di qualsivoglia linea retta segnata, la quale non può intendersi esser altra, che quella del

lato (degl' infiniti, che ne ha il cerchio) che ad essa sia applicato: adunque quello del cerchio, che alla linea retta si applica, non forma angolo con essa; e tal è il punto del contatto. Qui poi non si può dire, che sebbene il punto, che tocca, non contiene angolo colla tangente, tuttavia pur lo contenga il punto contiguo conseguente; siccome nel poligono, non il lato, che si applica alla retta proposta, ma il lato seguente è quello, che l'angolo forma, e costituisce; non si può dico dir questo, perchè il punto, che succede a quel contatto, non tocca la retta, la quale da un sol punto del cerchio, e non da più vien toccata; ma nella definizione dell'angolo si ricerca, oltre all'inclinazione, il toccamento ancora: adunque il chiamato angolo del contatto è con errore detto così, nè é veramente angolo, nè ha grandezza alcuna.

Sovviemmi anco, oltre a molt'altri, aver fatto un discorso in cotal forma.

Se stando ferma la D E (Fig. LX.), intenderemo la segante A B girarsi sopra il punto del segamento C, sicchè dallo stato A B calando A verso D, trapassi in G F, facendo l'angolo F C E superiore alla D E, dove prima conteneva l'inferiore E C B; è manifesto l'angolo B C E andarsi per tal conversione inacutendo, e ristringendo in modo, che finalmente la sua quantità si annichili, e del tutto sva-

nisca, il che accaderà, quando essa retta A B si congiugnerà colla D E. Ora applicando lo stesso discorso all' arco A C B segato dalla retta O N nel punto C, constituendo i supposti angoli misti A C O, N C B; se intenderemo essa retta O N girarsi sopra il punto C; da O verso D inacutendo i detti angoli, e finalmente trapassando nello stato di G C F, sicchè l'angolo inferiore N C B si faccia superiore, come F C B, non comprendo come ciò possa accadere senza passar per l'annichilazione di essi angoli, la quale annichilazione non può essere, se non quando essa retta convertibile non segasse più la curva A C B, il che avviene quando essa si unisce colla tangente D E. Nell' arco dunque, e nella tangente non sono angoli, ma l'annichilazione degli angoli.

Il discorso anco, che vien fatto per confermare, che l'angolo della contingenza non solamente sia quanto, ma talmente quanto, ch' ei sia divisibile in infinito, mentre si descrivano cerchi maggiori, che passino per lo medesimo toccamento, è, s' io non m'inganno, manchevole: imperciocchè non l'angolo, il quale dico non aver quantità, ma ben lo spazio tra la circonferenza del minor cerchio, e la retta tangente vien diviso e suddiviso dalle maggiori e maggiori circonferenze; il che assai chiaramente mi par, che si possa mostrare coll' esempio de' molti poligoni rettilinei

simili e diseguali nella seguente maniera.

Sieno nella retta M B perpendicolare alla A E, i centri M, N, di due cerchi diseguali toccanti la A E nel medesimo punto B, e intendasi nel minore inscritto un poligono equilatero, del quale sieno lati le rette B I, I O, O S, e prolungata la B I termini nella circonferenza del cerchio maggiore nel punto C; è manifesto la linea B C essere un lato del poligono similmente inscritto nel cerchio maggiore, nel quale le due C D, D F sieno lati conseguenti. Qui si vede che il perimetro F D C B divide ben lo spazio intercetto tra il perimetro del poligono S O I B, e la retta B E; ma non però vien diviso l'angolo I B E, essendo il lato I B parte del lato B C, ed essendo l'angolo I B E comune, anzi lo stesso del fatto dalla E B, e dai due lati de' poligoni B I, B C; e discorrendo nello stesso modo di tutti gli altri poligoni tra loro simili, di qualunque numero di lati, e quanto si voglia differenti in grandezza, l'angolo I B E sarà sempre comune, nè giammai segato, ma ben andrà sempre facendosi più acuto moltiplicandosi i lati del poligono; vero è che l'angolo I B E sarebbe esso ancora diviso dal lato d'un poligono maggiore, tuttavolta ch' e' fosse di più lati, ed in conseguenza dissimile. Di qui mi par che si possa ritrarre, che essendo i cerchi tutti poligoni simili di lati infiniti, applicandogli alla retta A E (Fig.

LXI) nel comune toccamento B, venga ben lo spazio tra la tangente e l'arco interno B I O S diviso dall'arco esteriore B C D F, ma non già l'angolo B, essendo comune ad amendue i poligoni; e l'essere i cerchi tutti poligoni simili di lati infiniti, toglie il potersi dire il cerchio maggiore esser poligono di più lati che il minore, e pericò atto a dividergli il suo angolo; perchè siccome non si può intendere poligono alcuno potersi inscrivere in un cerchio, benchè immenso, di lati innumerabili, che uno di altrettanti (e però simile) non si possa inscrivere in qualsivoglia altro, benchè piccolissimo, così non si può dire, che l'angolo del contatto non sia uno, e comune ad amendue i cerchi; e se tal angolo non è divisibile, non è quanto, e se non è quanto, non è vero angolo, ma equivocamente così detto.

Considerisi appresso, che siccome moltiplicandosi più, e sempre più nel cerchio S O B il numero de' lati del poligono, l'angolo I B E sempre si fa più acuto, par che per necessaria conseguenza ne segua, che dove i lati sieno infiniti, tal angolo sia infinitamente acuto, cioè non quanto, e non angolo, ec.

Segue di poi il Galileo con altro breve Capitolo esaminando alcune conclusioni, che il Gloriosi inferisce dalle ragioni addotte dal soprannominato Francesco Vieta: ma essendochè per l'intelligenza di ta-

li ponderazioni converrebbe riferire e ciò che scrisse l'istesso Vieta, e ciò che v' oppose il Gloriosi, colla risposta di questo al medesimo Galileo, tralascio di trascriver più oltre esso Capitolo, e rimetto i curiosi a soddisfarsi pel rimanente ne' proprj Autori.

POSTILLE

DI GALILEO GALILEI

AL LIBRO INTITOLATO

ESERCITAZIONI FILOSOFICHE

D'ANTONIO ROCCO

FILOSOFO PERIPATETICO

Stampato in Venezia presso Francesco Baba nel 1633.

Voi, Sig. Rocco, mi forzate a darvi ogni soddisfazione in molti luoghi del vostro libro, ma in particolare alla faccia 195 dove con certa quasi comminazione mi dite così. *Di grazia venite alle ragioni particolari, se non volete, che i vostri dogmi sieno fregiati col titolo più tosto di vana*

loquacità, che di ponderata filosofia: nella seguente faccia con termine più modesto più mi provocate a risponderci dicendo. *Mostratemi vi prego, caro Sig. Galileo, (che non ho in verità, non ho per Dio altro fine, che d'imparare) mostratemi i grandi assurdi di questa posizione, che abbozzo, che accenno solamente, e ne lascio il compimento a chi più sa, e perchè giri, ec.* però per vostra satisfazione state attento, ed imparate, perchè veramente ne avete bisogno grande.

Avendo voi in questa ottava esercitazione conceduto le due apparenze del settantadue, e del seicentoquattro (dette comunemente stelle nuove) essere state veramente nella parte celeste, e tra le stelle del firmamento, e volendo pur mantenere, che dall' esser loro improvvisamente comparite, e poi dopo molti mesi sparite, non si possa ragionevolmente inferire la sostanza celeste esser soggetta all' alterazioni, generazioni, corruzioni, ec. scrivete così a fac. 193. verso il fine. *E chi direbbe mai giudiziosamente, la tal cosa si è da noi nuovamente vista, adunque si è nuovamente generata? si è tolta di vista, adunque si è corrotta? e fosse indistintamente l' istesso il comparire col generarsi, il disparire col dissolversi.* Adunque, Sig. Rocco, voi spacciate per persona priva di giudizio quella, che dal solamente veder comparire e sparire si-

mili novità nel Cielo argomenta quelle esser nuovamente prodotte, e poi dissolute. Ora perchè io so, che voi (come io ancora) non avete Aristotile per privo di giudizio, e so ancora, che voi sapete, che egli produce per testimonj di tali accidenti gli occhi proprj, quelli de' suoi contemporanei, e quelli degli antichi, però è forza, che altro ricercasse Aristotile da' suoi occhi, che il veder comparire, e poi sparire simili novità; onde ei potesse poi giudiziosamente inferire la generazione e la corruzione, ec. E però io, che non men desidero d'imparare da voi, che voi da me, vi prego a dirmi quali fussero quegli accidenti, che Aristotile secondo il vostro credere andava ricercando colla vista, per i quali poi ei potesse giudiziosamente inferire l'alterabilità nel Cielo, perchè io anche nelle materie qui prossime a noi, nelle quali i sensi, o per la mutazione del sapore o dell'odore, o della risonanza o di alcuna tangibil qualità, mi porgono argomento di alterabilità e di corruzione, dal senso della vista non mi vien somministrato testimonio più valido, che il presentarmisi di nuovo all'occhio, e da quello dopo qualche tempo sparire. Vedete, Sig. Rocco, a quali sconvenevolezze vi traporta l'odio immeritamente contro di me concepito, che giammai non vi offesi, che per gravar me non la perdonate nè anco al vostro Maestro,

e lo spacciate per poco giudizioso, mentre ricorreva al testimonio della vista, ec. per venire in cognizione se nel Cielo si facessero generazioni e corruzioni; e qui calzerebbe assai meglio l'esclamazioncella, che voi ponete, commiserando le stelle alla fac. 196. e con miglior proposito potrei dire: Poveretto Aristotile, quanto vi compatisco. Ed avvertite a non voler coprire la nota, che già gli avete imposta, con qualche distinzione, o con altro mendicato refugio, che assicuro, che lo precipiterete senza sua colpa in baratri sempre maggiori; ma da vero filosofo, e da filosofo Peripatetico confessate, che se Aristotile vedesse queste e le altre mutazioni, che si fanno in Cielo, le quali ad esso furono ignote ed immaginabili, riceverebbe assai più volentieri me per suo scolare e seguace, che voi, poichè io antepongo i suoi dogmi rettissimi alle sue proposizioni opinabili, e voi per mantener queste rifiutate quelli, cioè posponete le sensate esperienze alle opinabili conjetture. Ma seguitiamo avanti.

Voi parendovi di aver trovato la inchiodatura di sostenere quello, che Aristotile assolutamente deporrebbe, dite che non mancano maniere di salvare la comparsa e l'occultazione di esse stelle nuove, e per mia maggior mortificazione dite, che io medesimo l'aveva alle mani, e scrivete così. *Non date voi queste medesime ap-*

parizioni ed occultazioni alle stelle Medicee, che non si generano o si corrompono, ma solamente col volgersi nell' Epiciclo intorno a Giove, e col restare ora luminose dal Sole, ora dall' assenza di esso tenebrose ed invisibili? È vero, Sig. Rocco, che io do l' apparizione e l' occultazione alle stelle Medicee, e per questo sapendo voi, che tal cosa non mi era ignota, dovevate con termine più cortese dedurne in conseguenza, che io conosceva simile apparizione ed occultazione non si poter adattare alle due stelle nuove, e non più presto, che come poco avveduto, io non avessi penetrato colà dove arriva la vostra perspicacità; la quale in questo caso (e siami lecito parlare con libertà, mentre voi da me come da Maestro cercate d' imparare) ha gran bisogno di esser assottigliata, perchè per quanto mostra il vostro modo di parlare, voi sin qui non bene avete penetrato come vada il negozio delle Medicee, circa lo scoprirsi ed ascondersi, il quale quando l' averete compreso, vedrete quanto sia lontano al potersi adattare al fatto delle stelle nuove. E prima conjetturo il bisogno vostro circa l'intelligenza degli accidenti delle Medicee dal vostro modo di parlare, mentre dite, *le Medicee col volgersi solamente nell' Epiciclo intorno a Giove, e con restare ora luminose dal Sole* (credo, che vogliate dire illuminate,) *ora dall' assenza di es-*

se tenebrose ed invisibili. Qui primieramente mostrate di credere, che del comparire ora luminose, ed ora restar tenebrose ed invisibili ne sia causa l'avvicinarsi ed assentarsi dal Sole, che tal senso e non altro ricavo dal vostro discorso, il qual detto è vanissimo, attesochè un oggetto per se stesso tenebroso, e che da uno splendentissimo venga in distanza v. g. di cento miglia renduto lucido e visibilissimo, cosa molto semplice sarebbe il dire, che l'allontanarsi da quello, che l'illumina, un braccio o due di più, lo privasse dell'illuminazione, e lo rendesse invisibile, nè più, che in tal proporzione appressano, ed assentano le Medicee dal Sole i diametri de' lor cerchietti.

E non vi aspettate, Sig. Rocco, di poter glosare il vostro detto, e ridurlo a buon senso, dopo che averovvi dichiarato come cammina l'occultazione di tali stelle, perchè voi nè pur nominate i termini principali, anzi unici e singolari, che in tale operazione intervengono. Voi non accennate, non che specifichiate nè interposizione di Giove tra le sue stelle, ed il Sole; voi non dite Giove esser per se stesso opaco e privo di luce, e però spargere il cono della sua ombra all'opposto del Sole; nè parimente dite, che questo medesimo fanno le medesime stelle seguaci, nè mai in somma nominate Eclisse, e pur questa è la sola cagione della occultazio-

ne di quelle. Per tanto sappiate, Sig. mio, che essendo il corpo di Giove non meno tenebroso della Luna e della Terra è splendido solamente in quella parte, che i raggi solari percuotono; dalla parte opposta non meno della Terra e della Luna distende in forma di cono la sua ombra, per lo qual cono tenebroso dovendo passare le quattro stellette, mentre sono nella parte sublime de' loro cerchi, entrando nell'ombra di Giove, restano prive della vista, e perciò dell' illuminazione del Sole, cioè restano eclissate; e simili Eclissi si fanno elleno anco talvolta fra di loro, come io altrove ho a bastanza dichiarato. Ora che averete imparato come procede questo negozio, essendo vostra opinione, come in più luoghi scrivete, che quello, che confuta una dottrina di altri sia in obbligo di dichiarare puntualissimamente come stia il fatto realmente della conclusione, che si dice male essere stata intesa dall'altro, sete in obbligo (giacchè dite le apparizioni e nascondimento delle stelle nuove poter esser come quelle delle Medicee, come quelle degli Epicicli, ec.) di specificarvi puntualmente come stieno tali Epicicli, per salvare tale apparizione ed occultazione, insieme coll' ingenerabilità ed incorruttibilità del Cielo. Ma forse sarà bene, ed anco opera di carità, che io vi schivi qualche dispendio di tempo ed affaticamento di mente, con dichiararvi

e participarvi quegli avvertimenti, che persuasero me a rimuovere il pensiero dal cercare di salvare dette apparizioni ed occultazioni per via di Epicicli, e quel che è più per via di qualsivogliano movimenti circolari, che sol, come voi con Aristotile affermate, possono trovarsi tra i corpi celesti. Sappiate pertanto, che la comparsa di questa novella luce dell' anno 1604, fu del tutto improvvisa ed inaspettata, e si mostrò la bella prima sera della maggior grandezza, che ella ritenesse in tutto il tempo che fu veduta. Cominciò poi a mostrarsi minore e minore, sinchè in dicidotto mesi in circa restò affatto invisibile; nè in tutto questo tempo cangiò ella sito, ma sempre ritenne il medesimo aspetto colle stelle del firmamento, e come una di loro, solo partecipava del moto diurno, restando esente da ogni altra mutazione, o per lunghezza o per larghezza del Cielo, talchè se di moto nessuno fu mobile, quello non fu nè potè esser altro, che retto dal centro della terra verso la sfera stellata su in parti altissime, alla lontananza delle quali il semidiametro del globo terrestre fusse di insensibile considerazione, poichè in lei non si scorse mai veruna mutazione di aspetto; stante queste osservazioni è cosa impossibile, Sig. Rocco, il mantenere, che ella fusse una delle stelle eterne, che per movimento di un suo Epiciclo o altro cerchio

avvicinandosi comparisse e poi allontanandosi si perdesse di vista, imperocchè impossibil cosa è il far muovere in un particolar cerchio una stella, senza che ella muti aspetto colle fisse. In oltre bisogna che sappiate, che quando per un moto circolare la stella avvicinandosi si fa visibile, e poi allontanandosi si asconde, il modo del comparire bisogna che sia simile a quello dell'occultarsi. Or come averebbe potuto tale stella presentarsi in un subito, ed alla prima vista grandissima, se poi così lentamente si andò diminuendo, che non prima che in molti mesi si estenuò all'ultima esinanizione? e tanto più, che la sua diminuzione fu tale, e tale la differenza della sua massima e della sua minima osservabil grandezza, che così differente non si mostra Marte nell'opposizione da se medesimo lontanissimo, benchè allora sia ben sessanta volte maggiore il suo apparente disco. Voglio dirvi un altro punto più sottile, e scoprirvi un grande inconveniente, al quale dareste luogo in questo vostro modo di salvare la venuta e la partita di questa nuova stella. Voi liberamente ammettete, che potrebbe esser un Epiciclo, che portandola per alcun tempo ce la rendesse visibile, e per altro ce la allontanasse in modo, che restasse occulta. E perchè il tempo del ritorno è lunghissimo, voi largamente ammettete, che il periodo di una sua conversione pos-

sa essere, anzi necessariamente debba essere di molte migliaja di anni. Or sia dei settemila, che voi concedete, ed essendo che il tempo della sua veduta fu di un anno e mezzo, facciamo il calcolo qual parte del suo cerchio ella in tanto tempo veniva a passare, che la troveremo esser manco di cinque minuti di un grado, cioè manco di una delle quattro mila trecento parti di tutto il cerchio. E perchè io credo, che voi pur concedereste, che visibile ci fusse ella mentre si trovava nella parte del suo cerchio più a noi vicina, dunque apparve solamente mentre passò la quattromillesima parte più bassa del suo cerchio; ma in una sì piccola parte di circonferenza non è punto alcuno, che sia nè anco venti braccia più vicino a noi di un altro; come dunque potette crescer, e scemar tanto la sua visibile grandezza coll' avvicinarsi, e allontanarsi solo poche braccia, mentre nè anco centomila miglia basterebbono? Vedete, Sig. Rocco, quanto vi manca per fondamento di poter discorrere di simile materia: fate, Sig. Rocco, a modo di un vostro servitore, studiate un poco poco i primi principj di sfera, ed anco qualche cosetta di Geometria, cioè tanto, che vi basti per conoscere, che voi di queste materie sete lontanissimo da intenderne nulla, perchè tal cognizione vi schiverà per l'avvenire l'aprir mai più bocca di Cieli e di Elementi, e di lor moti circolari e

retti; cognizioni, che l'istesso Aristotile confessa di torle in presto da' Matematici. Io vorrei ajutarvi con qualche risposta ingegnosa provando, che pure senza servirsi d'altri moti, che circolari, si potrebbe far calare per linea retta la stella, ed alzarsi ed abbassarsi per qualsivoglia intervallo, e più restare occulta per lunghissimo tempo, e palese per breve, ma non voglio affaticarmi tanto la mente, perchè è cosa di Matematica alquanto sottile, e quel che più importa, non soddisfà a quel comparire *ex abrupto* grandissima, consumando poi tanti mesi in diminuirsi, e tornare ad occultarsi.

Or ecco, Sig. Rocco, mostrati gl'inconvenienti (se però per voi mi sono abbastanza dichiarato) anzi l'impossibilità di potere per via d'Epiciclo o altro moto circolare render ragione dei particolari accidenti, che furono osservati nell'apparizioni ed occultazioni della nuova stella del 604 similissimi in tutto a quelli dell'altra del 72. E così penso di potere aver soddisfatto a quanto con istanza mi domandate in questo proposito della faccia 196. dove poi seguendo dite come concetto creduto o trovato da me: *Perchè tanti cerchi a guisa di scorze di cipolle intorno al Sole, come pur dite voi?* Qui o voi non avete inteso quello, che io scrivo, o se l'avete inteso, a torto m'imponete quel che non solamente non è mio pensiero, ma nell'istesso luogo come vanissima opi-

nione la confuto. In quello che scrivete appresso ponete una mia contraddizione, e dopo quella una fraterna correzione, dicendo: *Ricordatevi un poco, Sig. Galileo, e considerate le vostre ordinarie contraddizioni ad ogni passo, nè crediate abbian ad esser interpretate, come i responsi degli oracoli.* La contraddizione poi, che m' imponete è, che io voglio, che queste stelle di nuovo generate si corrompano, mentre all' opposito altre volte (come voi dite) mi son burlato di chi dicesse, che una delle vecchie, e delle già numerate dagli antichi si possa corrompere. È vero, che io ho profferito e l'una e l'altra proposizione, ma di dove cavate voi, che io abbia mai stimato o detto, che una di queste nuove impressioni abbia che fare, o convenga colle antiche e vere stelle altro che nel nome? Il nome dunque appresso di voi si tira in conseguenza dell'identità della sostanza? Oh Sig. mio, non chiamate voi stella quella ancora piccola macchietta bianca, per la quale un cavallo si dice stellato in fronte? non si nomina stella la girella dello sprone? niuna di queste è, che differisca più da una reale stella del cielo di quel che differiscano le due dette stelle nuove. Se io dico dunque, ed ho detto, che appariscono forse delle generazioni e delle corruzioni, non ho però detto generarsi reali stelle, e molto meno corrompersi, anzi ho detto, e replico ancora, che qualsivo-

glia materia niente o poco trasparente, cioè in somma che sia visibile, esposta in cielo ai raggi del Sole v'apparirà splendente, come una stella, levate dunque l'attributo di contraddittore a me, ed a voi applicatevi quello che più conviene, che io non intendo di disgustarvi.

Seguite poi, e con piacevolezza portate la diversità, che io potrei addurre tra le antiche e le moderne stelle, come cosa delle più belle, che io potessi mai dire; il qual pensiero benchè veramente non mi sia mai caduto in mente, tuttavia è tanto saporito, che non lo voglio recusare, e benchè il sale col quale voi lo condite sia alquanto austero, ad ogni modo sento, che fa in me quell'effetto, che fa il solletico, che sebbene con qualche repugnanza si sopporta, tuttavia più con piacere provoca il riso. Nè con minor gusto ricevo la seguente correzione fraterna, dopo la quale liberamente dite, che non intendete, che nè io, nè Aristotile, nè altro uomo del mondo penetri gli arcani del cielo, ma agli animi docili e moderati basta di ridurre al più congruo, al non implicante, al verisimile. Ma se questo è, che cosa vi muove a voler per sì grande intervallo anteporre i placiti di Aristotile a quelli di un altro? Se poi nel presente caso voi sete ridotto al non implicante, ed al più congruo, potrete ora conoscer meglio, che prima. Quello parimente che di-

te contro quel temerario, che si desse a credere d'intendere come sia fatto il cielo, perchè da lontano lo vede e lo contempla, cade prima sopra Aristotile, che sopra di me, perchè esso assai prima di me va cercando di penetrare i cieli, nè io cerco se non di assicurarmi delle cose da esso cercate e stabilite, le quali se sono così incerte, come voi confessate, perchè con tanto livore vi inacerbite contro chi non l'ammette, o come false le rifiuta? Ah! non avessi io mai scoperte queste novità in cielo di tante innumerabili non prima vedute stelle fisse, di quel che siano le nebulose, la via lattea, le collaterali di Saturno, quella della corte di Giove, l'immensa mutazione di grandezza in Marte, l'importune macchie nel Sole, le gran mutazioni di figura, e grandezza in Venere, le scabrosità grandissime nella Luna, deh mai io non l'avessi palesate al mondo, poichè dovevano concitarne l'odio del Sig. Antonio Rocco, e di tanti altri Signori Filosofi. Consolatevi Sig. che il tempo scopritore della verità in breve è per estirpare queste fallacie, e più le varie conseguenze, che io stoltamente ne deducessi, e i vostri scritti pieni di dottrina ferma e soda viveranno immortali ad onta delle mie esorbitantissime chimere.

Dove voi dite, che non senza mistero ho scritto in lingua Toscana per farmi capo-popolo appresso i poco intendenti,

e che non penetrano nei profondi reconditi del Liceo, e soggiugnete, che questo mio pensiero non è forse fallace in pratica. Errate in tutto e per tutto, e voi stesso potete a voi medesimo essere ottimo testimonio, il quale essendo così poco intendente delle cose scritte da me (che ben si può dire, che poco più che niente ne capite) pure non solamente non vi siete fatto mio seguace, ma mi avete preso un odio capitale, e soggiungendo appresso, che il numero de' balordi e corrivi, che inconsideratamente conferiscono gli onori è infinito, dovevate per mio parere eccettuarne quelli, che a voi hanno offerto gli onori delle cattedre principali, perchè se voi gli lasciate tra quella infinita moltitudine, voi gli spaccerete ora per balordi e corrivi, e sentenzierete voi stesso per immeritevole degli onori offertivi.

Nella faccia 173. o 183. Voi, Sig. Rocco, mi schernite, anzi strapazzate, e predicate per ignorante in tanti luoghi di questo vostro libro, che forse sareste andato con più riservo, se vi foste immaginato, che potesse accadere, che io vi avessi a palesare per assai meno intelligente di me, perchè l'esser vinto in materia di dottrina da uno, che sappia più di voi, è assai men vergogna, che il ridursi a dover cedere ad uno da voi medesimo reputato e sentenziato per debolissimo; nè in questo caso conosco, che possa scemarvi il

cordoglio altro, che quella medesima cosa, che vi mosse a scrivermi contro, cioè il non mi essere io saputo ne' miei discorsi così bene dichiarare, che voi poteste intendere qualcuna delle mie più essenziali proposizioni; e perchè l'istesso indubitabilmente vi è per accadere, se mai vedrete queste mie postille, resta per vostro scampo l'incapacità e l'impersuasibilità, le quali non vi lasciano sentire il dolore. Dell'esser poi voi veramente impersuasibile, evidente esempio ne porgete nel pretender di mantenere vera la presente proposizione di Aristotile. Dio vi guardi, che di tal vostra pretensione altro che una fissa ostinazione ne fusse cagione, perchè questa finalmente non è infermità incurabile, come è la stupidità di mente, e la natural torbidezza di cervello.

Voi dite verissima esser la proposizione di Aristotile, che le velocità de' gravi descendenti ritengano tra di loro la proporzione medesima, che la gravità di essi, sì che una palla di artiglieria di cento libbre venendo dall'altezza di cento braccia arriverà in terra quando che una di moschetto di una libbra, partendosi dalla medesima altezza, nell'istesso tempo sia scesa un solo braccio, e la verità di tale effetto soggiugnete doversi trarre dalla ragione, e non dalla esperienza, la quale dite non esser di momento alcuno, ma ben manchevole per difetto del senso,

conciossiachè il tempo nel quale si passa lo spazio da' due gravi predetti, è sì breve, che non può dalla vista esser con sì fatte proporzioni diviso, ec. Sin qui, ed in quel che segue appresso commettete voi tanti errori, che per trarvene non so quasi da quale incominciare.

Or sia il primo considerato quello dove voi con certa esclamazioncella mostrate di maravigliarvi, che io non capisca la forza della ragione, che a voi pare, che chiaramente concluda la proposizione di Aristotile, ed è *che se l'effetto reale inseparabile dalla gravità, è tendere all' in giù, perchè ove più gravità si ritrova ivi ha da accelerarsi più il moto del corpo cadente, e così sempre a porzione* (a proporzione, Sig. Rocco, si dice) *eccetto se occorresse estraneo impedimento.*

Qui la prima cosa equivocate, nel dedurre dalle premesse, non quel che direttamente ne viene, ma una conseguenza falsa, che con quelle non ha connessiona veruna; perchè posto che effetto della gravità sia il tendere all' ingiù, dove è più gravità ivi si debbe tendere più in giù, e non con maggior velocità, poichè nell' assunto non si parla della velocità, ma solo dell' ingiù, e questa conseguenza è verissima, e per questo un sasso va tanto in giù, che un legno non vi va, cioè quello come più grave scende nel fondo del mare, dove un legno come men grave non

si profonda. Ed avvertite secondariamente, che il più e men grave si debbe intendere non assolutamente, ma in ispecie, perchè una trave, che pesi mille libbre non anderà così in giù, come un sasso di una libbra, e anco di un'oncia, siccome nell'aria, dove ambedue discendono, più velocemente si moverà la pietra, che l'immensa trave, per esser la pietra in ispecie più grave del legno. E qui debbo nel secondo luogo avvertirvi, acciò inutilmente non vi attaccaste per difesa di Aristotile a dire, che egli intese nella sua proposizione de' mobili di gravità in ispecie diverse, perchè prima ei non lo dice, come sarebbe stato necessario, anzi manifestamente parla egli de' gravi differenti in peso, non per diversità di materia, ma solamente per la differente grandezza, come è manifesto nel testo 74. del quarto della fisica così scrivendo. *Videmus enim ea quae majorem impetum habent aut gravitatis, aut levitatis, si quoad alia similiter se habent figuris citius ferri per aequale spatium, et secundum rationem quam habent magnitudines ad invicem.* Ed avendo in altro luogo di sopra detto *quam habent gravitates*, si vede apertamente, che egli parla delle materie egualmente gravi in ispecie; perchè aver la medesima proporzione in gravità, che in grandezza, non accade se non ai corpi di egual gravità in ispecie. Oltrechè (e sia il terzo vo-

stro avvertimento) nè anche le materie di diverse gravità in ispecie ritengono nelle velocità loro la proporzione de' pesi, sicchè una palla, v. g. d' oro, che pesasse quaranta volte più di una d' abeto di mole eguale, debba muoversi quaranta volte più veloce di quella, passando un' altezza di dugento braccia, nel tempo che l' altra appena ne avesse scese cinque, onde l' oro avesse anticipato il legno di 195. braccia, nella scesa di dugento, ma sicuramente nè anche di due, nè forse d' uno, e questo sì che vi giungerà molto nuovo, ma se saranno della medesima materia, o di materie di egual gravità in ispecie, delle quali parla Aristotile, pesi pur l' una quaranta libbre, e l' altra una sola, che nelle velocità saranno pari, se altra cagione, che gravità non s' interpone. E qui pel quarto scandaglio convien esaminar la ritirata, che voi fate in difesa di Aristotile. E prima voi dite, che il ridursi, per assicurarsi del fatto, al farne l' esperienza non è di momento alcuno, ma assai manchevole pel difetto del senso, perchè il tempo nel quale si passa lo spazio dai due gravi è così breve, che non può dalla vista esser con sì fatte proporzioni diviso, ec. Ma, Sig. Rocco mio dolce, dato, e non conceduto, che il tempo per la sua brevità non ammettesse una divisione nelle proporzioni delle velocità conforme all' asserto d' Aristotile, questo che voi dite avrebbe

luogo, quando tal divisione si avesse a fare, ma io dico, che non si ha a dividere nè tempi, nè spazio, nè altro, perchè i due mobili cadenti percuoteranno in terra nell' istesso momento, nè il maggior anticiperà il minore di due dita, cadendo anco dall' altezza di dugento braccia; ed acciò che voi restiate non dirò persuaso, ma libero dal più affaticar la mente per sostenere il vostro detto invano, pigliate due pietre una per mano, e tenendo una alta dal pavimento un sol braccio, e l' altra un braccio e mezzo, lasciatele cadere aprendo le mani nell' istesso momento, e notate coll' udito le percosse loro, che assolutamente e sensatamente le sentirete distinte l' una dall' altra, e veduta questa esperienza, se poi vorrete persistere, che i tempi delle cadute di cento braccia di altezza di due mobili, de' quali quando l' uno percuote in terra, l' altro secondo voi ed Aristotile si trova alto braccia novantanove, sieno tanto brevi, che non si possa notare se sieno eguali, o sommamente disuguali, tal sia di voi. Ma che diremo pel quinto notando, dell' impeto, che vi trae a spacciar me per tanto precipitoso, che vi fa prima dar di urto ad Aristotile? Voi scrivete, che il volere osservare e distinguere le proporzioni di queste velocità è cosa manchevole, e di nessun momento, perchè la vista non basta a dividere per la brevità del tem-

po. Ma Aristotile, Sig. mio bello, è stato quello, che prima di me colla vista, e non con altro mezzo ha fatto tal compartimento: eccovi le sue parole. *Videmus enim idem pondus atque corpus velocius ferri propter duas causas, aut quia id differt per quod fertur, ut per aquam, aut terram, aut aerem, aut quia id differt quod fertur, si alia sint eadem, propter excessum gravitatis, aut levitatis.* E più a basso comincia prima dal senso della vista. *Videmus enim ea quae majorem impetum habent aut gravitatis, aut levitatis, si quoad alia similiter se habeant figuris, citius ferri per aequale spatium et secundum rationem quam habent magnitudines ad invicem.* Non son dunque in questo più manchevole d' Aristotile, anzi pur ad esso solo riguarda la vostra saetta, che dice aver colla vista osservato il compartimento della disugualità delle velocità seguire la proporzione della gravità, che io non ho avuto mai bisogno di fare, nè di dire, che si facciano cotali compartimenti, e solo ho detto, che tali mobili passano il medesimo spazio nell' istesso tempo; esperienza, che non solo la vista, ma l' udito, e il tatto ancora possono perfettamente conoscerla. Io sin qui vi ho prodotti due luoghi, dove Aristotile afferma il senso della vista avergli mostrato la proporzione della velocità de' mobili ineguali, esser l' istessa, che quella della gravità loro. Tocca ora a

voi a insegnarmi i luoghi dove non dalla esperienza, ma dalla ragione ha appreso tal dottrina, la qual ragione dite, che io doveva prima solvere, e poi argomentargli contro, perchè se voi non mi palesate il luogo, nel quale tal ragione si contiene, io vi stimerò men pratico sopra i Testi d'Aristotile di quello che voi vorreste esser tenuto, ovvero che mi abbiate voluto ingannare col dissimulare quelle esperienze, che vi sono, adducendo quelle ragioni, che non vi si trovano, ovvero stimerò (e questo senza fallo è il più vero concetto) voi pieno di mal talento contro di me, che trascorriate senza molta considerazione a far, come si dice, d'ogni erba fascio, e par che speriate di oscurare quella gloria, quale ella si sia, che le mie molte nuove osservazioni mi hanno acquistato appresso quelle nazioni, dove per la lontananza non arriva il dente dell'invidia a destare la malignità, e fatto cieco dall'ira meniate a traverso non pure ad Aristotile, ma bene spesso a voi medesimo. Quanto poi a quel che voi dite, che io doveva addur le ragioni, che oltre all'esperienza (per vostro detto fallace) mi persuadono l'egual velocità de' mobili, quanto si voglia diseguali, non mancherò di farvele sentire più a basso. In tanto pel vostro sesto mancamento faremo un poco di reflessione sopra quelle cose, che voi medesimo producete, come ragioni, di que-

sta reciproca corrispondenza di gravità, e di velocità. Già di sopra vi ho scoperto la indiretta conseguenza, che voi cavate dalle premesse, mentre dite, l'effetto della gravità è tendere all'ingiù, adunque ove più gravità si trova, ivi dee accelerarsi più il moto del corpo cadente; la qual conseguenza non si può cavare dalle premesse, nelle quali non si è fatto menzione di velocità, ma sì bene dell'ingiù, per lo che l'argomento doveva camminare così: l'effetto della gravità è tendere all'ingiù, dunque ove è maggiore gravità, ivi maggiormente si dee tendere all'ingiù; e così era vero, e camminava bene. E se per sorte col mutar l'assunto voi stimate di poter direttamente concludere dicendo, effetto della gravità è indurre velocità, adunque dove è maggior gravità, ivi sarà maggior velocità; dubito che non incorriate in un'altra sorta di equivoco, cioè in quella, che prova idem per idem, perchè a voler con Aristotile inferire, che la velocità cresca secondo la proporzione delle gravità, non basta supporre indeterminatamente, che la gravità induce la velocità, ma convien supporre che la velocità cresca secondo l'accrescimento della gravità, ma questa è poi la medesima conclusione, che s'intende di dimostrare, *et sic novissimus error esset pejor priore.*

Voi seguendo di voler pur corroborare la medesima proposizione incorrete

nel settimo errore con dire, *che tutte le verità delle misure infallibili dei pesi son fondate sopra questa irrefragabile.* Qui la prima, e la più congrua risposta sarebbe il domandarvi, che mi andaste dichiarando ad una ad una quali sieno queste, che voi chiamate verità di misure de' pesi, mostrandomi di più, come sieno fondate sopra la irrefragabile ec. ma la mia clemenza non vuole, che io v' induca a martirizzarvi in cercare quello, che giammai non troverete, perchè non è al mondo. Vi scuserò bene in parte di profferire simil concetto non falso, nè vero, perchè è senza senso, essendo voi, per quello che si scorge dalla vostra dicitura, ed anco per vostra propria confessione, assai ignudo delle scienze matematiche, delle quali quella parte, che considera i momenti della gravità e della velocità de'corpi, che si chiama meccanica, è membro assai nobile, e principale. Userò bene a vostro benefizio questo atto di carità di trarvi d'errore, se saprò esplicarmi a bastanza, con dichiararvi quello, che è vero, e che voi avereste dovuto, e forse voluto dire, ma vi siete confuso. Però sappiate, che le gravità, le velocità, e loro momenti entrano nelle contemplazioni meccaniche, ma però senza mai apprender per vero, che le velocità de' gravi liberamente cadenti seguano la proporzione delle gravità di quelli, perchè questo è falsissimo. Voi, per

quel che io vo conjetturando, avete trovato scritto (e forse nell'introduzione di Aristotile alle questioni meccaniche) di gravità, di velocità maggiori e minori, e di certo rispondere proporzionatamente questa a quella, e venutovi il bisogno per mantenimento dell'opinione di Aristotile, e vostra, avete accozzato insieme cotali parole con ordine tale, che formino la proporzione, che dice le maggiori e minori velocità dei mobili rispondere proporzionatamente alle loro maggiori e minori gravità in guisa tale, che la velocità del mobile più grave alla velocità del men grave, abbia la medesima proporzione, che la gravità di quello alla gravità di questo, e qui vi siete ingannato in digrosso. Onde per disingannarvi sappiate, Sig. Rocco, che quella ragione certa, sopra la quale sono fondate tutte le virtù delle misure infallibili de' pesi (uso la vostra frase benchè di parole mal congruenti) cioè volete dir voi, che il primario fondamento della scienza meccanica, resulta da quelle sopraddette parole nel seguente modo ordinate: cioè quando di due corpi differenti in gravità la velocità dell' uno alla velocità dell'altro averà la medesima proporzione, che la gravità dell' uno alla gravità dell' altro i momenti loro saranno compensati, e pareggiati. E però per darvene un esempio, vediamo noi nella stadera il piccolo romano non più grave di dieci

libbre sostenere una balla di mille libbre, cioè cento volte più grave di lui, tuttavolta che dovendosi questa e quello muovere, la velocità del romano riuscisse cento volte maggiore di quella della balla, il che accaderà quando il romano si allontanerà dall' ago della stadera cento volte più del sostegno di quella, che non è la piccola lontananza dove è appesa la balla; e questo si dimostra concludentemente negli elementi meccanici, e più potete notare per vostro ammaestramento quanto sia falso, che nella da voi circonscritta ragione, sopra la quale dite fondarsi le misure dei pesi, si assuma per fondamento, che le velocità seguitino la proporzione delle gravità, che per l' opposito conviene, che quelle abbiano contraria proporzione, e che quanto un mobile è più grave dell' altro, tanto la sua velocità sia più tarda. Vedete, Sig. Rocco, se è possibile allontanarsi dal vero più di quello che fanno i vostri discorsi. Ma seguitiamo pure di ventilare la vostra detta vanità con due compagne appresso. Voi dite, che lo spazio delle cento braccia vien passato dai due mobili, l' uno cento volte più veloce dell' altro in così breve tempo, che non può dalla vista esser con sì fatte proporzioni diviso, anzi che per esser ella debole nei moti velocissimi, qual sarebbe quello d' una palla di una bombarda, non scorge diversità alcuna di tempo tra l' uscita dal pezzo, e l' ar-

rivo allo scopo, ancorchè per grande spazio lontano. Concedevisi questo, e più che la velocità è tanta, che la palla nel suo corso fugge totalmente la vista. Ma sentite in grazia ciò, che ha da fare questa vostra considerazione col proposito del quale si tratta, e ditemi se quella palla, che spinta dal fuoco resta per la sua velocità inosservabile e del tutto invisibile, sarebbe ancor tale nel cadere dall'altezza di cento braccia, partendosi dalla quiete, e scendendo col moto semplice suo naturale? bisogna, che diciate di no, se non volete avere in contrario gli occhi di tutti gli altri uomini, che senza dubbio la vedono, e conviene anco, che confessiate il tempo della sua caduta esser molto ben considerabile e partibile, e però voi ancora nel camminare di buon passo, ed anco nel correre, potete come qualunque altro uomo, distinguere, ed anco numerare i passi che fate. Ora sappiate, che una palla di artiglieria di cento libbre di peso nel venir dall'altezza di cento braccia non consuma minor tempo di quello che facciate voi nel camminare cinque o sei passi, o nel correre otto o nove; e se il tempo della caduta di una palla di cento libbre è tanto, quello di una che pesi una sola libbra, che per la dottrina di Aristotile e vostra debbe essere cento volte più tarda, sarà eguale a quello del cammino di cinquecento o secento passi; e voi con franchezza lo chiamerete per la

brevità incompartibile? Soggiugnete poi per maggiore dichiarazione della debolezza ed inabilità della vista due altri esempi, l'uno preso dal moto tardissimo dell'oriuolo, e l'altro dal moto della nave lontanissima, benchè assai velocemente passi, i quali esempi io veramente non intendo, come abbiano da fare col nostro proposito, perchè il moto delle nostre palle non ha nè anco la centomillesima parte della tardità del raggio dell'orologio, nè si domanda, che ciò costituiate nel fare la osservazione lontano dalla torre nè anco la centesima parte di quello che è la nave allora, che il suo moto benchè veloce, apparisce inosservabile. E qui noto, che voi per sostenere in piedi la vostra mal fondata proposizione avete bisogno, che nessuno dei moti del mondo sia nè osservabile, nè partibile: onde fattovi adito dai moti delle artiglierie, e degli orologi, quegli incomprensibili per la somma velocità, e questo per la soverchia tardità, prendete animo di metter da questi quei de' gravi cadenti, ancorchè il movimento loro sia egualmente lontanissimo dalle inosservabili velocità e tardità. Che più il tempo del moto della palla dell'artiglieria è inosservabile ed impartibile, e questo per la sua estrema velocità, par bene, che ragionevolmente si possa concludere, che all'incontro la molta tardità renda il tempo del mobile ed osservabile, e compartibile, e ciò bene si

vede accadere mentre lo spazio, che dal raggio si passa, si divide in ventiquattro parti, ed anco talvolta in 96 e in 1440. ed in conseguenza il tempo medesimo in ore, in quarti, ed anco in minuti. Ma che dico io della facilità del misurare i moti tardi, e gli spazj loro? voi stesso lo avete prima di me avvertito e scritto, mentre dite, che io da semplice vorrei misurare le predette velocità così agiatamente, come se quei mobili cadenti si movessero con i passi della testuggine. Consideriamo adesso il vostro nono errore nato per non aver avvertito, o forse non inteso il computo, che io fo nel ritrovare il tempo della caduta di una palla di artiglieria dal concavo della Luna sino al centro della Terra, e perchè io pongo, che tal distanza sia 196000 miglia, ed il tempo della scesa ore tre 22'. 4'' sopra tale ipotesi concludete il tempo nel quale la medesima palla passerebbe cento braccia solamente, che sono (dite voi) meno della decima parte di un miglio, ma io vi concedo esser anco a pena la trentesima, dee veramente esser momentaneo ed impercettibile, il che io liberamente vi concedo delle ultime cento braccia prossime al centro, ed anco delle cento terminate su la superficie della terra, ma non già delle prime contigue all' orbe lunare, di dove partendosi dalla quiete comincia la caduta della palla;

voi avete preso il moto, come se fosse equabile, ed in tutto lo spazio uniforme, nè vi è sovvenuto, che ei va continuamente accelerandosi. Concedovi in tanto (ma senza veruna vostra utilità) che le cento braccia della terra sarebbero passate in un brevissimo momento dalla palla, che si fusse mossa dal concavo della Luna, ma quando ella avesse a cominciare il moto nella sommità di essa torre, il tempo della sua caduta sarebbe di quei cinque minuti, secondo che io scrissi, e che dovevano esser da voi considerati, e se non che veramente io credo, che l'error vostro sia nato per non aver inteso quanto io scrivo, bisognerebbe con più grave nota affermare, che voi avete voluto ingannare il lettore, ed a me appostatamente imporre una troppo puerile inconsideratezza. Dalle cose dette sin qui vedete pel vostro decimo errore, quanto sia fuori del caso quello che soggiugnete per confermazione, che nel giudicare delle pretese proporzioni di tempi e di velocità non si debba ricorrere al senso, ma alla ragione debole e fallace, confermando ciò coll' esempio della composizione del continuo, creduta, per vostro detto, da' Matematici, e dalla miglior parte de' Filosofi esser di parti infinite, le quali in verun modo possono esser comprese dal senso, ma appena dall' intelletto, e non senza qualche repugnanza. Lascio stare che al vostro intento meglio, e più sicura-

mente quadrava l'incommensurabilità delle linee, che la loro composizione di parti infinite, per esser quella totalmente incomprensibile dal senso, non meno che l'infinità delle parti, ma bene all' intelletto comprensibilissima, e per chiare e necessarie dimostrazioni resta certa; dove che l'infinità delle parti anco all' intelletto è grandemente ambigua. Imperocchè se vogliamo, che le parti componenti sieno quante, è impossibile, che sieno infinite, perchè infinite parti quante fanno estensione infinita, e non una linea terminata; e se la vorrete compor d'indivisibili, cioè di parti non quante, che così potrebbono esser infinite, vi leverete su voi con Aristotile con esclamazioni sino alle stelle. Ma sieno quante o non quante, finite o infinite, comprese o non comprese dal senso o dall' intelletto, non capisco, come tal cosa possa accomodarsi a rendere il vostro senso inabile a conoscere se due mobili cadenti dall'altezza di cento braccia percuotano in terra nell' istesso punto, o pur l'uno resti indietro novantanove braccia, quando l'altro arriva in terra, come ha scritto Aristotile. E voi volete veramente sostenere e dite aver fatto vedere se non appieno, almeno *a porzione* (a proporzione si dice) con materie men terree, o men pesanti, come sono tavole, a certi miei parziali, l'effetto, e corroborata la dottrina di Aristotile. Ma poco avete voi corroborata questa dottrina,

mentre che Aristotile parla in generale senza ristringersi più ad una che ad un'altra materia, pur che nel resto de' mobili l'altre cose sien pari, cioè le figure sieno simili, nè distingue le palle dai dadi, nè dalle tavole, e sopra tutto dice l'effetto comprendersi colla vista; nè che io sappia, giammai ne adduce ragione, alla quale crederei pienamente poter rispondere, non potendo ella, come di conclusione falsa, esser concludente. Resta finalmente per soddisfare all'altra parte dell' obbligo che mi imponete, che io produca le ragioni ancora, che oltre alla esperienza confermano la mia proposizione, sebbene per assicurare l'intelletto dove arriva l'esperienza non è necessaria la ragione, la quale io pure produrrò, sì per vostro benefizio, sì ancora perchè prima fui persuaso dalla ragione, che assicurato dal senso. Incontratomi nel testo di Aristotile, nel qual egli per manifesta suppone la sua proposizione, subito sentii gran repugnanza nell' intelletto, come potesse essere, che un corpo dieci o venti volte più grave dell' altro dovesse cadere a basso con decupla o vigecupla velocità, e mi sovvenne aver veduto nelle tempeste mescolatamente cadere piccoli grani di grandine con mezzani e con grandi dieci e più volte, e non questi anticipare il loro arrivo in terra, nè meno esser credibile, che i piccoli si fusser mossi un pezzo avanti ai grandissimi. Di qui

passando col discorso più oltre mi formai un assioma da non esser revocato in dubbio da nessuno, e supposi qualsivoglia corpo grave descendente aver nel suo moto grado di velocità dalla natura limitato, ed in maniera prefisso, che il volerglielo alterare col crescergli la velocità, o diminuirglielo, non si potesse fare senza usargli violenza per ritardargli o concitargli il detto suo limitato corso naturale. Fermato questo discorso mi figurai colla mente due corpi eguali in mole e in peso, quali fussero per esempio due mattoni, li quali da una medesima altezza in un medesimo instante si partissero, questi non si può dubitare, che scenderanno con pari velocità, cioè coll' assegnata loro dalla natura, la quale se da qualche altro mobile dee loro essere accresciuta, è necessario, che esso con velocità maggiore si muova, ma se si figureranno i mattoni nello scendere unirsi ed attaccarsi insieme, quale di loro sarà quello, che aggiugnendo impeto all'altro gli raddoppi la velocità, stante che ella non può esser accresciuta da un sopravvenente mobile, se con maggior velocità non si muove? convien dunque concedere, che il composto di due mattoni non alteri la lor prima velocità. Da questo primo discorso passai ad una più serrata dimostrazione, provando, che quando si supponesse, che il mobile più grave si muovesse più velocemente, si concluderebbe,

che il mobile men grave si muovesse più velocemente nella seguente forma. Ritenendo, Sig. Rocco, per vere le supposte dignità, le quali non credo, che voi siate per negare, cioè, che ogni grave descendente abbia da natura determinati gradi di velocità, che non possono essergli accresciuti se non con violentare la detta sua naturale constituzione: prendasi i due mobili A (Fig. LXII.) maggiore, B minore, de' quali se è possibile A sia naturalmente più veloce, e B meno, e perchè pel supposto la naturale velocità di B non può esser accresciuta, se non per violenza, se noi vorremo crescerla con unirgli l'A più veloce, converrà, che la velocità di esso A nel violentare B in parte si diminuisca, non essendo maggior ragione, che la maggiore velocità di A operi nella minore di B, che la tardità di B rioperi nella velocità di A. Risulterà dunque dall' unione dei due A, B, un composto di velocità maggior di quella del B solo, ma minore di quella dell' A, ed essendo che il composto dei due A, B, è maggiore di A solo, adunque il mobile A, B, maggiore si muoverà men veloce, che il solo A minore, che è contra il supposto. Questi, Sig. Rocco, son progressi matematici, son conseguenze, per quanto stimo, non aspettate da voi; e perchè io son certo, che persistendo voi nel credere, che cresciuta in A la gravità pell' aggiunta di B, si debba pur

crescere la velocità, se non secondo la proporzione del peso, come sin qui avete voluto con Aristotile, almeno in qualche parte, quanto vi giugnerà nuovo, se io vi mostrerò, che la giunta di B non accresce un capello la gravità di A, nè la crescerebbono le giunte di mille B, e che in conseguenza non gli crescendo peso, non gli dee crescere velocità, facendovi toccar con mano, come in cotal discorso altamente equivocate; sicchè voi direte, come sarà mai vero, che essendo A e B due pezzi di piombo, questo soprapposto a quello non gli accresca gravità? e io vi aggiungo, che quando B fusse anco di sughero, crescerà il peso, e concorro con esso voi in ammettere, che A posto sulla bilancia peserà più colla giunta di B, quantunque non solamente di sughero, ma un fiocco di bambagia o pennecchio di stoppa, e se A pesasse cento libbre, e B un' oncia di piuma in bilancia, il lor composto peserà cento libbre ed un' oncia, ma il servirsi di tale esperienza nel proposito che trattiamo, è discorso vanissimo, e fuori del caso. Però notate, e ditemi, Sig. Rocco, se ad una palla di artiglieria di cento libbre di peso sospesa e sostenuta da una corda, voi poneste sotto una palma della mano, e solamente la toccaste, ditemi dico, se voi sentireste aggravarvi. So che risponderete di no, per esser il peso di quella retto dalla corda, ed impeditogli interamente

lo scendere: il quale effetto se tagliata la corda voi voleste colla forza del vostro braccio vietarle, allora sì che sentireste gravitarvi sopra la mano, che doverebbe far l'offizio della corda, proibendo alla palla la naturale scesa. Ma quando alla palla posta in libertà voi non contrastaste, ma andaste cedendo all'impeto di quella, con abbassar la mano colla medesima velocità colla quale la palla scenderebbe, ditemi di nuovo se voi oltre al toccarla, sentireste dal suo peso gravitarvi? bisogna assolutamente rispondere, che no, perchè niuna resistenza fate alla pressura di quel peso. Cavate ora da questo chiaro e breve discorso, che non potendo dirsi esser aggravato, se non quello, che al grave descendente contrasta, l'unire, e soprapporre l'uno all'altro de' soprannominati mattoni, che per esser eguali anco voi concedete, che con pari velocità scendano, non accresce l'uno gravità all'altro, e però nè anco velocità.

Ma sendo voi di già convinto, e necessitato a confessar la falsità del pronunziato generale di Aristotile, che afferma la velocità de' mobili di diverse gravità seguire la proporzione di esse gravità, mi par sentirvi insurger contro il mio detto, che dico moversi tutti coll'istessa velocità, ed oppormi l'esperienza di due palle di piombo, l'una di cento libbre, l'altra non maggior di un granel di panico; del-

le quali scendendo dall' altezza di cento braccia, sebben la minima, quando la grave arriverà in terra, avendo calato più della ventimillesima parte di tutta la torre, tuttavia non giugnerà a basso nello stesso momento, che la grande, ma gli resterà per avventura due o tre braccia in dietro, e così nè anco la proposizion mia è vera. Prima che rispondere alla vostra instanza, la voglio ingrandire a mille doppi, ed oppormi le particole di un sasso ridotto in minutissima polvere, le quali scenderanno bene nell' acqua, ma quello spazio, che una pietra di due o tre libbre passerà in una battuta di polso, quelle non passeranno in molte ore, e talvolta in molti giorni, come le acque torbide per la constituzione di simili atomi impalpabili tutto il giorno ci dimostrano, nel deporli, e chiarirsi, se non dopo lungo tempo. E di più contraddicendo più apertamente a me medesimo vi dico, che realmente un sasso di cento libbre si muove più velocemente, che uno di cinquanta o sessanta, ancorchè dell' istessa materia e dell' istessa figura, e soggiungo, che così è necessario che segua. E se il Sig. Rocco avesse un poco di Matematica, mi rincuorerei di potermi dichiarar in modo, che restasse capace della mia dimostrazione, che sarà pura geometrica, e necessaria, nella quale io entro con quella medesima limitazione, della quale si ser-

ve Aristotile mentre dice, che per quello, che dipende dalla gravità, le velocità seguono le proporzioni dei pesi, e soggiunge *si caetera sint paria*: ed io pigliando similmente la limitazione dell'essere l'altre cose del pari, dico, che per quello, che dipende dalla gravità, tutti i mobili quanto si voglia disuguali in grandezza si moveranno colla medesima velocità, ma se ab extra s'interporrà qualche ostacolo, siccome sempre di necessità s'interpone, allora la regola per altro sicura della gravità vien perturbata talvolta, e più che sommamente alterata. Ora per intelligenza di questo negozio bisogna, Sig. Rocco, che voi sappiate, che tutti gl'impedimenti, che alterano e perturbano la semplicissima regola dei movimenti naturali, la quale sarebbe, che tutti i mobili di qualsivoglia gravità, grandezza e figura si muovessero cogl'istessi gradi di velocità, dipendendo dal mezzo, il quale per esser materiale e corporeo, nel dovere esser penetrato dal mobile se gli oppone con qualche resistenza, e la velocità di quello in più maniere ritarda, delle quali una è la maggior o minor coerenza delle parti di esso mezzo, le quali nel dover distrarsi o separarsi per dare il transito al mobile, resistono, e più le più viscose, e così maggiore impedimento arrecherà alla scesa di una pietra la viscosità della pania, che quella del miele. Re-

siste il mezzo, ancorchè in tutto privo di viscosità, colla sua gravità, colla quale toglie totalmente il calare al basso alle materie, che non sieno in ispecie più gravi di esso mezzo, ed alle più gravi la concede più e men veloce, secondo l'eccesso maggiore e minore della lor gravità sopra la sua propria. Onde veggiamo la maggior parte dei legni scender nell'aria men grave di quelli, ma non già nell'acqua, e non perchè in essa sia viscosità, ma per esser il legno men grave di quella, come diffusamente dimostro nel trattato delle cose, che galleggiano. E qui per intelligenza di quello, che ho da soggiungere si dee notare, che quelle materie, che o dalla natura hanno una determinata velocità di moto, o pur son constituite in istato di quiete, fanno resistenza alla forza, che altro moto gli vuol sopraggiungere, e maggiore la fanno, secondo che maggiore e maggiore dee esser la velocità del sopravvenente moto, e perchè il corpo mobile dee nell'aprirsi il transito pel mezzo, spingere le parti di esso lateralmente, queste rimosse dalla lor quiete resisteranno al nuovo moto, che debbesi fare, ma ben minima, e quasi talvolta insensibile sarà la resistenza, se minima sarà la velocità; e grandissima, e massima, se con grandissima velocità doveranno muoversi, e però nel muover lentamente la mano per l'acqua, o il venta-

glio per aria, quasi niuna resistenza sentiamo, che bene assai notabile si trova nel voler muoverli con velocità, ed una fusta nel mar quieto cederà, ma con moto tardissimo, a un piccol fanciullo, che con un sottil refe la tiri a se, che poi la forza di cento schiavi non basterà per superar l'acqua, se con troppa velocità dovrà aprirsi per dar luogo alla barca. Con questa sorta di resistenza ha connessione quella, che s'attribuisce alla figura del mobile, perchè i mobili dell' istessa materia e gravità si muoveranno più o men velocemente, secondo che gli spazj da aprirsi pel lor passaggio saranno meno o più larghi, anzi anco un istesso mobile di figura larga per un verso, e stretta per l'altro, scenderà per taglio più velocemente, che per piatto, essendo che in quel modo le parti del mezzo poco s' hanno a muover per fargli strada, e molto in quell'altro. Evvi una nuova resistenza da tutte le dichiarate differente, e ch' io sappia fin qui non osservata, e principalissima per risolver le difficoltà del problema, che trattiamo; questa consiste nel toccamento del mezzo fluido, e della superficie del corpo mobile, la quale par, che non possa esser mai così densa e liscia, che le sue porosità e scabrosità non trovino qualche intoppo nel soffregarsi col mezzo, come sensatamente si vede in un solido, il quale ridotto sul torno a rotondità quan-

to più perfetta si possa, nel girar velocemente sopra i medesimi poli del torno, mena qualche poco di vento, e non per altro, che per gli urti della sua scabrosità o porosità, che si fanno nel mezzo ambiente, e questa tal resistenza è talvolta tanta, che nell' acqua ritarderebbe il moto delle barche assai notabilmente, e però usano con materie bituminose spalmarle. Tal impedimento è ben necessario, che sia piccolissimo, poichè ei non è potente a proibire interamente il moto di verun mobile, benchè pel suo minimo eccesso di gravità sopra al mezzo non abbia se non languidezza, ma propensione allo scendere, e dico piccolissimo, e quasi nullo, mentre il movimento sia tardissimo; ma quando ei debba esser veloce, la resistenza di quello s' accresce. Da questi nominati impedimenti del mezzo derivano tutte le alterazioni e deviazioni dei movimenti dei nostri mobili materiali dalla unica e semplice natural regola a tutti comunissima, la quale sarebbe, che tutti partendosi dalla quiete, scendessero verso il centro della terra con moto continuamente accelerato in duplicata proporzione dei tempi, come io dimostro nella mia nuova scienza del moto. Ma cotal regola vien primieramente in modo tale alterata dal mezzo, che a moltissimi mobili vien totalmente levato il muoversi verso il centro, cioè a tutti quelli, la gravità in ispe-

cie dei quali non sia maggiore della gravità del mezzo, e tutti i men gravi vengono dalla gravità del mezzo (intendendo sempre dei moti nei fluidi) estrusi, e scacciati in su. A quelli poi che superando la gravità del mezzo descendono in virtù dell'eccesso del lor peso, vien perturbata la regola della loro accelerazione, la quale non può perpetuarsi secondo la proporzione de' nostri impari, e ciò proviene dal crescer sempre l'ostacolo o resistenza del mezzo all'esser aperto, secondo che cresce la velocità del mobile, però nei mobili di materie molto gravi in movimenti non molto lunghi, la detta proporzione quasi inosservabilmente si perturba, la quale continuando di crescer la velocità, e però anco la resistenza del mezzo, si riduce finalmente a egualità, che poi perpetuamente si mantiene. Il medesimo accade ancora ai mobili men gravi, ma questi come superati con minore eccesso dalla gravità del mezzo maggiormente vengono impediti, ed in più breve tempo ridotto il lor moto accelerato ad egualità. Onde l'altro mobile più grave, che più tardi finisce la sua accelerazione, si trova aver anticipato il men grave, ed aver acquistato grado maggiore di velocità, perlochè continuando ambidue di muoversi di movimenti ciascuno per se stesso conforme, ma questo più veloce di quello, crescendo il tempo, e gli spazj, che con-

seguentemente vengono passati, cresce ancora la distanza tra mobile e mobile coll'istessa proporzione, e sempre. Ma perchè il parlare così in universale, è alquanto oscuro per esser ben capito dal Sig. Rocco, ed io desidero d' esser inteso, acciò ch'ei non s'abbia a dibattere in vano per contraddirmi, come ben cento e più volte ha già fatto in questa sua operetta, solo per non aver intese le cose scritte da me, voglio esemplificargli, e dilucidargli con un raccolto parlare il mio concetto. Son dunque, Sig. Rocco d' opinione, che pigliando qualsivoglia mobile grave, come per esempio, tre palle, una di legno, una di pietra, e l' altra di piombo che pesassero di gravità assoluta la pietra quattro volte più del legno, il piombo tre volte più della pietra, son dico d'opinione, che venendo da qualsivoglia altezza si muoverebono con i medesimi gradi di velocità per appunto, talchè partite dalla quiete nell' istesso tempo si troverebbono sempre di conserva negl' istessi movimenti, tanto nella distanza di dieci braccia dal primo termine, quanto nella distanza delle cento e delle mille, e così in tutte le altre, e ciò seguirebbe quando se gli potesser levare gl' impedimenti del mezzo; ma se il mezzo, quale nel nostro caso sia v. g. l' acqua, sarà più grave del legno, la palla di tal materia non solamente verrà ritardata nello scendere, ma del tutto impedita, e dal peso dell' ambiente

estrusa in su nel modo che tutte le materie comunemente credute leggere si muovono in su per estrusione, e non in altra maniera, Sig. Rocco. Ecco dunque l'impedimento massimo. Alla pietra poi, ed al piombo ritarda l'acqua la loro assoluta velocità, la quale figuriamoci, che fusse tale, che passassero la profondità di mille braccia in ventiquattro battute di polso, e posto che la pietra fusse quattro volte più grave dell'acqua, e il piombo tre volte più grave della pietra, e dodici dell'acqua, posti ambidue nell'acqua, la quale alla pietra detrae la quarta parte del peso, ed al piombo la dodici, detrarrà alla pietra la quarta parte della velocità, ed al piombo la dodici. Onde le mille braccia di profondità verrebber passate dalla pietra in trenta battute, e dal piombo in ventisei; ma perchè crescendo la velocità del mobile, cresce sempre la resistenza del mezzo, questa finalmente divien tale, che proibisce ai mobili il continuar più l'accrescimento di nuova velocità, e prima lo proibisce ai men validi, onde sarà ridotta la pietra alla privazione del nuovo acquisto, che il piombo, il quale continuando ancora per qualche tempo di augumentare la sua velocità, si ritroverà per qualche intervallo anteriore alla pietra, e con qualche grado maggiore di velocità, ed essendo in tal tempo la profondità passata dal piombo v. g. braccia cento, e la

passata dalla pietra braccia novanta, continuando ambidue di muoversi, ciascuno per se stesso uniformemente, sarà sempre il piombo anteriore alla pietra, cioè sarà sempre lo spazio passato dal piombo al passato dalla pietra, come cento a novanta, sicchè in ultimo quando il piombo sarà sceso le mille braccia, la pietra ne averà passate novecento. Ma facciamo, Sig. Rocco, per vostra maggior maraviglia l'esame di quello, che accaderà tra questi medesimi mobili in un mezzo men grave, qual sia v. g. l'aria, della quale ponghiamo, per esempio, la pietra esser mille volte più grave, e il piombo tre mila, del quale secondo la regola d'Aristotile il moto doverebbe essere tre volte più veloce, e vediamo quel che ne darà la regola mia, col supporre, che quando si togliesse l'impedimento del mezzo corporeo (il che forse accaderebbe nel vacuo) le velocità del piombo e della pietra fussero egualissime, acciò voi possiate conoscer con qual delle due opinioni meglio s'accordi l'esperienza; e perchè l'aria detrae dal vero peso della pietra delle mille parti una, ma al peso del piombo delle tre mila una, però, diminuita la velocità con simil proporzione, voi troverete, che cadendo tali mobili dall'altezza di cento braccia, nella quale l'impedimento dell'aria cadente assai poco può aver alterata la regola assoluta del peso, il piombo nel

tempo, che senza l'impedimento dell'aria avrebbe passato le cento braccia, ne avrà passato un tremillesimo manco, ma la pietra un millesimo, cioè tre tremillesimi, ma un tremillesimo di cento braccia è circa un dito, per lo che dovrà in tal altezza il piombo aver preceduto la pietra di circa due dita. Fate, Sig. Rocco, tale esperienza con due palle di notabil grandezza, quali sarebbono d'un falconetto, e resterete chiaro. E se piglierete la palla di piombo, e una di sughero del piombo cento volte men grave, quando il piombo secondo la mia regola avrà passato le cento braccia, il sughero ne avrà sceso sino 97 e non un solo, che sarebbe secondo la regola d'Aristotile. Ma qui la resistenza dell'aria, che al gran peso del piombo legger contrasto fa nel principio del moto, ma ben dopo breve spazio molto pregiudica all'accelerazione del sughero leggero, è causa, che il sughero dopo non molto spazio si riduce all'equabilità del moto, ma non già il piombo, se non molto dopo, e però accaderà, che negli spazj grandissimi si potrebbe veder il piombo aver di molto anticipato il sughero. Cotali sono gli accidenti della gravità del mezzo, e della sua resistenza all'esser aperto, e lateralmente mosso, con i quali possiamo congiungere quello, che dipende dalla figura più o men dilatata, ed in questo o in quel modo posta in uso, perchè una fal-

da, che per piatto debba scendere, più lenta sarà, che scendendo per taglio, dovendo in quel modo far maggiore apertura nel mezzo, che in questo. Resta ora, che consideriamo ciò che operi l'aderenza del mezzo alle porosità e scabrosità delle superficie dei mobili, del quale impedimento ancorchè debolissimo n'è pur potente a cagionare grandissime differenze nella velocità e tardità. Tale impedimento non par che si possa dubitare, che sia maggiore in quei corpi che *caeteris paribus* hanno maggior superficie, e che però in un cubo o dado di pietra, che pesi una libbra, tal resistenza sarà maggiore, che in una palla della medesima materia e peso, quanto la superficie del cubo è maggiore della superficie della palla. A questo aggiungo, che nei corpi della medesima materia, e simili di figura cotal impedimento non riceverebbe augumento, nè diminuzione per crescimento o diminuzione di grandezza, tuttavolta che le lor superficie crescessero e calassero colla medesima proporzione ma perchè le superficie dei solidi simili, non nell'istessa proporzione, ma in minore, cioè in *subsesquialtera* di quella di essi solidi crescono, e calano, però diminuendo assai più la grandezza e peso del solido, che non diminuisce la superficie, l'impedimento vien tuttavia crescendo a proporzione della virtù, cioè della gravità del solido,

dalla quale l' impedimento dell' aderenza della superficie dee essere superato. Eccomi, Sig. Rocco, a voi con un esempio più intelligibile di queste mie Matematiche (uso la vostra frase). Figuratevi un dado, che ciascheduno de' suoi lati sia lungo due dita, sarà ciaschedana delle sue sei faccie quattro dita quadre, e tutta la superficie ventiquattro dita quadre; segate poi questo dado con tre tagli in otto dadi, i quali saranno lunghi un dito per ogni verso, e quanto alla grandezza solida, ed al peso ciascheduno sarà l' ottava parte del primo, ma la sua superficie sarà molto più, che l' ottava parte della superficie del primo, perchè sarà di sei quadrati, dei quali la superficie del primo era ventiquattro, il peso dunque è l' ottava parte, ma la superficie è la quarta, cioè l' impedimento dependente dall'aderenza della superficie col mezzo, è il doppio più di quello, che dovrebbe, per esser superato dal peso del dado minore, con quella proporzione colla quale il primo e maggior dado superava l' impedimento simile colla sua propria gravità. Che se voi di nuovo suddividerete uno di questi minori dadi in otto, sarà il solido, e il peso di uno di questi la sessantaquattresima parte del primo, ma la sua superficie sarà la sedicesima, e non la sessantaquattresima, cioè quattro volte più del bisogno, per mantener la proporzione della resistenza.

E così se noi anderemo suddividendo, e scemando sempre con proporzion maggiore la mole corporea, che la superficiale, cioè diminuendo quella in sesquialtera proporzion di questa, ci ridurremo ad una polverizzazione di particole così minime, che la mole e gravità loro diverrà picciolissima in comparazione delle loro superficie, le quali potranno esser mille volte maggiori di quello, che converrebbe, acciò fusse l'impedimento dell'aderenza colla medesima proporzione superato dalla gravità de' loro corpuscoli, e questi saranno quei minimi atomi della sottilissima arena, che intorbida l'acque, e non calano se non in molte ore quello spazio, che un sassetto quanto una noce passa in una battuta di polso. Qui mi par, Sig. Rocco, vedervi insorgere contro a tutto il mio passato discorso, e sogghignando farvi gran maraviglia, come io mi sia preso ardire di fare un supposto tanto repugnante al senso ed alla ragione, e non meno alla dottrina di Aristotile, mentre pare, che io supponga, come proposizione assolutamente vera, che tutti i mobili di qualsivoglia materia, grandezza, e figura, rimossi gl' impedimenti del mezzo materiale, dovessero muoversi con gl' istessi gradi di velocità, accennando io in un certo modo, che tal effetto seguirebbe nel vacuo, dove pare, che il medesimo Aristotile fondato parimente su

la resistenza del mezzo dimostri, che il moto dovrebbe esservi o istantaneo, o piuttosto nullo. Io vi confesso, che inclino al primo supposto, e vi produrrò i miei motivi, dopo che vi avrò mostrato la fallacia d'Aristotile nel voler distruggere il moto nel vacuo, e in conseguenza l'istesso vacuo. Consiste l'inganno suo nell'assunto, ch' ei fa supponendo, che il medesimo corpo mobile descenda per diversi mezzi con velocità proporzionale alle sottilità e cedenze di essi mezzi, sicchè sendo v. g. la sottilità dell' aria venti volte più cedente, o men resistente della corpulenza e crassizie dell'acqua, quel mobile, che scendesse con venti gradi di velocità per l' aria, nell' acqua scenderebbe con due solamente. E perchè la sottilità del vacuo, come infinita e nulla resistente, supera d' infinito intervallo quella dell' aria e di qualsivoglia spazio pieno, però la velocità nel vacuo sarebbe infinita, cioè il moto istantaneo, cioè finalmente nullo, repugnando il darsi moto in istante. Tale è il progresso d'Aristotile, fabbricato sopra falso fondamento, perchè falso è, che un medesimo mobile ritenga in diversi mezzi le sue velocità proporzionali alle crassizie e sottilità di essi mezzi, perchè se ciò fusse vero, tutte le materie, che scendessero in un mezzo, dovrebbono scendere in tutti, attesochè non c'è

proporzione alcuna tra le corpulenze di due mezzi, che qualsivoglia grado di velocità non l'abbia a qualch' altro, e però quello, che scende in un mezzo, scenderebbe in tutti. Mi dichiaro pel Sig. Rocco. Sia l'acqua dieci volte più crassa e resistente dell'aria, e scenda una palla di abeto con venti gradi di velocità per l'aria, e perchè tal velocità è decupla della velocità di due gradi, siccome decupla è la corpulenza dell'acqua di quella dell'aria, adunque la palla d'abeto descenderà nell' acqua con due gradi di velocità, ma non scende con alcuno, adunque l'assunto d' Aristotile è falso. Sento la ritirata del Peripatetico, che dice, che Aristotile parla di quei mobili, che scendono nell' un mezzo e nell' altro, e non di quelli, che scendono in un mezzo sì, e in un altro no; ritirata, che par qual cosa in vista, ma in effetto è nulla, e lascio star di dichiarare, come Aristotile non potrebbe concludere il moto istantaneo nel vacuo di quei mobili, che scendessero nell' aria, e nell' acqua galleggiassero, e domando, se si potrebbe trovar un mobile, che nell' acqua scendesse con due gradi di velocità? Credo pur, che converrà dir di sì, e confessare appresso, che tal mobile sarebbe più grave dell' abeto. Sia per esempio una palla d' ebano; ora se la velocità di questa palla nell'acqua, che ha dieci di corpulenza, è di due gradi, qual sarà la velocità sua nell' aria,

dieci volte men grossa dell'acqua? Convien rispondere dover essere per la regola d'Aristotile venti gradi; ma venti gradi si suppone esser per aria anco la velocità dell'abeto, adunque le due palle d'ebano e d'abeto tanto differenti in gravità, si muoveranno nell'istesso mezzo, cioè nell'aria con pari velocità. Vedete, Sig. Rocco, a che passi conducano le zoppicanti supposizioni. E però concludete, che le velocità del medesimo mobile in diversi mezzi si regolano, non colla corpulenza dei mezzi, ma con gli eccessi della gravità assoluta del mobile sopra la gravità dei mezzi li quali detraggono sempre dalla gravità del mobile, e però dalla sua velocità, la qual velocità nel mezzo, che nulla gli sottraesse di gravità, resterebbe non infinita, ma bene intera, e non diminuita. E però tutti i mobili eserciterebbero le loro naturali velocità solo nel vacuo, e non in alcuno degli spazj pieni, li quali detraendo sempre dalla gravità dei mobili, scemano la lor velocità, e con gli altri soprannominati impedimenti la conturbano. Restasi finalmente da spuntare lo scoglio più duro, e mostrare da quali sorte di congetture (giacchè l'esperienza è forse impossibile a farsi) io mi sia lasciato indurre a poter credere, le innate velocità di tutti i mobili dovere essere nel vacuo tra di loro tutte simili ed eguali, crescenti però continuamente in duplicata proporzione dei tempi. Ha la

mia congettura avuto fondamento sopra certo effetto, che si osserva tra la velocità di mobili diversi di gravità nei mezzi pieni, il quale è che le velocità dette si fanno più e più differenti, secondo che i mezzi si fanno più gravi. L' oro gravissimo sopra tutte le materie conosciute da noi, esso solo descende nel mezzo dell' argento vivo, dove tutti gli altri metalli galleggiano, però è manifesto potersi fare un misto d' oro e d' argento tale, che lentissimamente scendesse nel mercurio; sicchè la profondità v. g. d' un braccio, che l'oro puro passa in una battuta di polso, il misto non la passasse in manco di cinquanta o di cento. Ma poi se noi faremo scendere i due medesimi mobili nell' acqua, l'oro puro non arriverà al fondo di quattro braccia la decima parte del tempo prima del misto, nell' aria poi in cento braccia d' altezza non si potrà distinguere anticipazione alcuna di tempo o d' intervallo. Nel mezzo dell'acqua dove la cera schietta non va al fondo, possiamo farne una palla, quale con aggiunta di pochi grani di piombo, o altra materia grave descenda la profondità di quattro braccia in venti battute di polso, la quale una palla di marmo scenderà in due battute di polso solamente, ma queste medesime passeranno altrettanto profondità d' aria in tempi inosservabilmente disuguali. Piglio due palle eguali in mole, una d' oro, l' altra

di sughero, quella oltre a cento volte più grave di questa, le quali se io lascerò cadere dall' altezza di cento braccia d'aria, è vero, che l'oro anticiperà il sughero di due o tre braccia, e forse di più, ma nell' altezza d'un braccio o di due, la differenza di velocità sarà quasi insensibile, e quelle differenze, che nei lunghi intervalli si fanno tra l' oro e il sughero grandemente notabili, non dependono dalle diverse gravità, ma dall' impedimento dei mezzi, come di sopra ho dichiarato; che se l' oro traesse la superiorità di velocità sopra il sughero dalla gravità, pare molto ragionevole, che rimosse tutte le alterazioni, che dal mezzo o da altro potessero provenire, dovesse l' oro superare il sughero in velocità colla proporzione, colla quale lo supera nella gravità, e che però anco nell' altezza di quattro braccia l' oro si mostrasse cento volte più veloce del sughero; quando dunque si facciano simili esperienze in piccole altezze, per isfuggir più che si può gli accidentarj impedimenti dei mezzi, tuttavolta che noi vediamo, che con l'attenuare e alleggerire il mezzo, anco nel mezzo dell' aria, che pur è corporeo, e perciò resistente, arriviamo a vedere due mobili sommamente differenti di peso per un breve spazio moversi di velocità niente o pochissimo differenti; le quali poi siamo certi farsi diverse, non per la gravità, che sempre

son l' istesse, ma per gl' impedimenti e ostacoli del mezzo, che sempre si augumentano, perchè non dobbiamo tener per fermo, che rimosso del tutto la gravità, la crassizie, e tutti gli altri impedimenti del mezzo pieno, nel vacuo i metalli tutti, le pietre, i legni, ed in somma tutti i gravi si muovesser colla istessa velocità.

E tanto basti per ora aver notato sopra queste poche conclusioni d' Aristotile, e vostre, tra le moltissime attenenti al moto locale, e dopo che averete, Sig. Rocco, ben bene esaminati, ponderati, e paragonati insieme i vostri discorsi con i miei, e ridottovi a memoria il detto del Filosofo, che *ignorato motu ignoratur natura*, giudicate con giusta lance qual di due modi di filosofare cammini più a segno, o il vostro fisico puro e semplice bene, o il mio condito con qualche spruzzo di Matematica, e nell' istesso tempo considerate, chi più giudiziosamente discorreva, o Platone nel dir che senza la Matematica non si poteva apprender la Filosofia, o Aristotile nel toccare il medesimo Platone per troppo studioso nella Geometria.

Alla facciata 176. 177. Ma passiamo pur a considerare quello, che scrivete, S. Rocco mio, nelle seconde seguenti facciate, dove ponete concetti composti di parole matematiche, ma tali, che io, che ne fo professione, e che ho inteso quel che scrivo-

no Euclide, Apollonio, Archimede, Tolomeo, ed altri molti celebri autori, non ne so trar costrutto alcuno.

E perchè io credo, che voi concorriate meco in ammettere, che uno, che voglia parlare d'un'arte difficile in se stessa, e da se mai non studiata, non possa sfuggir il dir cose fuori del caso, ed inintelligibili da chi le ascolta, però se voi vi metterete la mano al petto, e facendo un soliloquio vi anderete rammemorando ed esaminando lo studio, che avete fatto intorno a queste Matematiche scienze, certo non mi ascriverete a ottusità di cervello il non trar costrutto dalle cose da voi in cotal materia profferite. Contuttociò mi anderò ingegnando di penetrar qualche cosetta con vostro guadagno, poichè nel fine di questa parte dite, che avreste ben caro di aver l'evidenze infallibili, che vantano i Matematici di simili difficultà. Però dove voi dite d'avere stimato difficile, inintelligibile, e per avventura falso un vostro comunissimo detto, *sphaera tangit planum in puncto*, e perchè a così credere vi muove il manifesto assurdo, e la conseguenza falsissima, per tale stimata dai Filosofi, e da' Matematici, perchè ne seguirebbe, che la linea verrebbe ad esser composta de' punti, dove all' incontro e questi, e quella vogliono tutti, che ogni quantità continua costi di parti sempre

divisibili: vi rispondo concedendovi esser difficile, e sin qui stata quasi inintelligibile, ma non giammai falsa la composizione della linea di punti, e del continuo d'indivisibili; ed avvertite, che voi mostrate poco studio degli autori Matematici, mentre gli mettete in ischiera con i Filosofi, non avendo quelli trattato mai cotal questione, se non forse qualche Matematico della seconda o d' altra inferior classe.

Io, Sig. Rocco, di parere diverso dagli altri, stimo vera l' una e l' altra proposizione; essendo vero, che il continuo costa di parti sempre divisibili, dico, che è verissimo, e necessario, che la linea sia composta di punti, ed il continuo d'indivisibili. E cosa forse più inopinata vi aggiungo, cioè che essendo un solo il vero, conviene che il dire, che il continuo costa di parti sempre divisibili, col dire, che il continuo costa d' invisibili, sieno una medesima cosa. Aprite di grazia gli occhi a quella luce stata forse celata sin qui, e scorgerete chiaramente, che il continuo è divisibile in parti sempre divisibili, solo perchè costa d'indivisibili; imperocchè se la divisione e suddivisione si ha da poter continuar sempre, bisogna necessariamente, che la moltitudine delle parti sia tale, che giammai non si possa superare, e sono dunque le parti infinite, altrimenti la divisione si finirebbe, e se sono infinite, bisogna che non sieno quante, perchè infi-

niti quanti compongono un quanto infinito, e noi parliamo di quanti terminati, e però gli altissimi ed ultimi, anzi i primi componenti del continuo, sono indivisibili infiniti. Non vedete voi, che il dire, che il continuo costa di parti sempre divisibili importa, che dividendo e suddividendo non s' arrivi mai a' primi componenti? i primi componenti dunque son quelli, che non sono più divisibili, ed i non più divisibili sono gli indivisibili. Quì sogliono farsi innanzi i filosofanti con atti e con potenze, dicendo le parti divisibili nel continuo esser infinite in potenza, ma sempre finite in atto, fuga, che può esser, che essi l' intendano, e vi si quietino, ma io veramente non ne so cavar costrutto veruno, ma forse il Sig. Rocco me ne farà capace. Onde io domando in qual maniera in una linea lunga quattro palmi sieno contenute quattro parti, cioè quattro linee di un palmo l' una, dico se vi sono contenute in atto o in potenza solamente; se mi dirà, contenute in potenza solamente, mentre non son divise o segnate, ed in atto poi quando si tagliano, io pur gli proverò, che parti quante nè in atto, nè in potenza possono essere infinite nella linea. Imperocchè io domando di bel nuovo, se nell' attuar col dividerle le quattro parti, la linea di quattro palmi cresce, o scema, o pur non muta grandezza. Credo, che mi sarà risposto, che ella resta della medesi-

ma quantità per appunto; adunque concluderò io, se una linea resta sempre della medesima grandezza, contenga ella le sue parti quante in atto, o abbiale in potenza, non potendo ella contenerne infinite in atto, nemmeno le potrà ella contenere in potenza, e così parti quante infinite nè in atto, nè in potenza posson esser nella linea terminata. Vengo ora ad un altro punto, e ammettendo questa fuga o trovato d'atto e di potenza, dico, che nel medesimo modo appunto, che voi fate contenere quattro linee d'un palmo l'una, alla linea di quattro palmi, e otto di mezzo palmo, e quattrocento d'un centesimo di palmo, e quattro milioni di un milionesimo, ella contiene infiniti punti, e se voi dite, che col segnarle e dividerle potete dalla potenza ridurle all'atto, ed io vi dico, che con simile artifizio, anzi con più spedito attuerò i miei infiniti punti. E qui non credo già che voi ricerchiate, che io cominci a segar la linea in due parti, e poi in quattro, e poi in otto, e sedici, ec. sinchè arrivi agl'infiniti punti, perchè nè manco voi con simil progresso arriverete mai alla risoluzione delle parti divisibili sempre, non potendo voi valicare oltre al sempre; nè meno credo, che voleste vedere in tavola i punti distinti e separati l'uno dall'altro, perchè ci bisognerebbe una tavola lunga in infinito per capire, non tanto i punti, che dico esser infiniti, quanto gl'intervalli infiniti tra

l' uno e l' altro; nè forse ancora voi potreste mostrarmi le parti divisibili separate tutte; però conviene trovare qualch'altra maniera d'attuazione. Ditemi per tanto, se voi chiamereste attuate a vostra soddisfazione le sopraddette quattro linee, quando senza staccarne l'una dall'altra, si piegassero ad angoli, e se ne formasse un quadrato, confido, che tale attuazione vi basterebbe, e quando ciò sia, il piegarla in otto angoli formandone un ottangolo, pur dovrà bastare per attuare le sue otto parti di mezzo palmo l'una, ed in somma inflettendola in poligoni di cento mille e cento milioni di lati e di angoli, si verranno a attuare le centesime, millesime, e centomillesime, e centomilionesime parti quante di lei, ed io col piegarla ed incurvarla in un cerchio, ne formerò assai più speditamente d'altri poligoni rettilinei il poligono di lati infiniti, e così avrò attuati i punti infiniti della medesima linea, il qual cerchio avrà tutti i requisiti di tutti gli altri poligoni, ed altri appresso più maravigliosi.

Il poligono di cento lati, eretto sopra un piano, lo tocca con uno de' suoi lati, cioè colla centesima parte del suo perimetro; il cerchio postovi nel medesimo modo lo tocca parimente con uno de' suoi infiniti lati, cioè in un punto. Quel poligono nel voltarsi imprime nel piano in una sua conversione una linea retta continuata, composta degl' infiniti suoi punti, ed eguale

alla sua circonferenza. Altre conseguenze poi del cerchio, ed ammirande le sentirete altra volta, dove spero dimostrarvi, che la strada, che si tiene comunemente nel voler comprendere i progressi della natura, non incammina così bene i suoi Filosofi verso il termine desiderato, col bandir dalla lor mente gl' infiniti, gl' indivisibili, i vacui, come concetti vani e perniciosi, ed esosi ad essa natura, come bene non incamminerebbe il suo scolare quel pittore o quel fabbro, il quale gli desse per i primi precetti il dar bando ai colori, ai pennelli, all' incudini, ai martelli ed alle lime, come materie e istrumenti inutili, anzi dannosi a simili esercizj. Ma facciamo qualch' altra considerazioncella sopra il vostro testo, e dove voi ponete pel primo e massimo inconveniente, che seguirebbe, se la sfera toccasse in un punto, l' esser la linea composta di punti. Già potrete vedere da quanto ho detto, che l' assurdo non è così sicuro, come voi lo fate; nè meno è vero quello, che soggiungete, che tal composizione sia stimata falsissima in Filosofia e Matematica, perchè dai Matematici celebri tal proposizione non è trattata, non che conclusa o negata. Soggiungete poi (e sia detto con vostra pace) un masticaticcio di cose incongruenti, ed al mio cervello senza senso, con dire, che la sfera sarà di punti,

e di niuna quantità, perchè voltandola in giro, senza variar sito o distanza (distanza? da che Signor Rocco?) sempre in un punto; e qui credo, che abbiate voluto dire, che rivolgendo la sfera in se stessa, ma sempre sopra l'istesso punto del piano, si segnerebbono sulla superficie di essa sfera cerchi o altre linee curve infinite, delle quali essa superficie sferica sarebbe composta, ed essendo esse linee composte di punti, verrebbe anco in conseguenza ad esser di punti composta la sferica superficie, il che voi reputate impossibile, ma io no; e stimo, che siccome la linea è composta di punti, così le superficie sien composte di linee, ma e quella, e queste di punti infiniti, e di linee infinite: le conseguenze, che soggiungete poi, son ben verissime, ma non pregiudicano a nessuno. Vero è che il punto per essere indivisibile non può conferire esser divisibile, nè quanto, nè circolare, nè fare, che la sfera sia divisibile, nè quanta, nè sfera, nè sferica. E tutte queste faccende chi volesse dire, che nascono da un punto, stimo, che non avesse punto di giudizio; ma chi con giudizio compone la linea di punti, non ne piglia un solo, nè due, nè mille o milioni, ma infiniti, sicchè il conferir divisibilità e quantità, è virtù della infinità, la quale è una materia lontanissima dall'esser capace di quegli attributi e condizioni, alle quali soggiac-

ciono i numeri, e grandezze comprese dal nostro intelletto; là non entra maggioranza, minoranza, nè egualità, non vi ha luogo nè il pari, nè il dispari, ogni parte (se parte si può chiamare) dell' infinito è infinita, sicchè sebbene una linea di cento palmi è maggiore d' una d' un sol palmo, non però i punti di quella son più dei punti di questa, ma e questi e quelli sono infiniti. Il resto, che aggiungete, che il punto non può conferir l' esser circolare, e che però la sfera sarebbe indivisibile, non quanta, non sfera, non sferica, veramente son con voi, anzi tengo, che nè il punto, nè altra cosa del mondo faccia, che la sfera sia sfera insieme, e più tengo per cosa certa, che nè meno sia cosa potente a far per l' opposito, che la sfera non sia sfera, nè sferica. Dottrina bella, e sicura; ma sappia il Sig. Rocco, che i Matematici, quando vogliono costituire una sfera, non ricorrono agl'indivisibili, ma vanno al torniajo, se la vogliono di legno, al fonditore, se la vogliono di metallo. Dove poi seguendo mettete in dubbio, anzi pur dannate la mia dimostrazione, e che per evitar quegli evidentissimi assurdi dite, che minore inconveniente sarebbe (sappia S. Rocco, che appresso i Geometri tutti gl' inconvenienti sono eguali, cioè massimi) il dire, che delle linee tirate tra due punti, non la sola retta sia brevissima, ma che altre co-

sì brevi ve ne possano essere, ciò mi giugne inaspettatissimo; e quando sia vero, rallegratevi, perchè convertirete in maniera non solo la presente questione, ma tutte le matematiche insieme, che mai più non moveranno assalti alle determinazioni filosofiche; ed io quando vi piaccia di additarmene una sola, che non sia maggior della retta, mi rincuoro di trovarne più di mille altre appresso, ma bisogna, che troviate altra dimostrazione, che la mia medesima, colla quale dite, che io concluderò in questo senso, perchè io veramente non ne so cavar tal conclusione. Che poi io supponga una falsità manifesta, per salvare una proposizione, che ha diverse interpretazioni, non so quello, che voi vogliate dire; forse l' intenderò dopo che m'avrete insegnato, non esser sola brevissima la retta; proposizione, che sin ora mi par falsissima, ed introdotta per levar il contatto puntuale certissimo della sfera. Quello, che soggiungete per rimuover quella ragione, per la quale si dice, la sfera toccare in un punto, e che vi pare, che abbia buon' apparenza con dire, *che nella brevità, ove accade il contatto colla sfera, si trovi in quantità reale respettiva indifferenza all' esser piano, e circolare*: confesso la mia ignoranza, non intendendo niente, non ne so cavar senso, e però non posso vedere, come ciò schivi l'esser sforzato a dire, che nel punto sia

curvatura, ma ben senza l'ajuto dell'enigma mi libero io dal por curvità in un punto, essendo quello, che si curva dopo il contatto nel cerchio una parte di circonferenza, composta di punti infiniti, e nella sfera una parte della sua superficie, contenente infinite circonferenze, infiniti archi dall'istesso contatto derivanti; finalmente nel burlarvi del mio Simplicio circa le sfere materiali, mostrate di ricordarvi poco d'Aristotile, che esso, e non Simplicio, concedendo, che la sfera in astratto tocchi in un punto, dice che *sphaera aenea non tangit planum in puncto*, e voi ora lo negate anco della astratta, e per crescere errore sopra errore soggiungete, che avereste per minor assurdo, che le superficie piane si toccassero in un punto * * * *

Manca il restante.

CONSIDERAZIONE

DI GALILEO GALILEI

SOPRA IL GIUOCO DE' DADI.

Che nel giuoco dei dadi alcuni punti sieno più vantaggiosi di altri, vi ha la sua ragione assai manifesta, la quale è, il poter quelli più facilmente e più frequentemente scoprirsi, che questi, il che depende dal potersi formare con più sorte di numeri: onde il 3. e il 18. come punti, che in un sol modo si posson con tre numeri comporre, cioè questi con 6. 6. 6. e quelli con 1. 1. 1. e non altrimenti, più difficili sono a scoprirsi, che v. g. il 6. o il 7. li quali in più maniere si compongono, cioè il 6. con 1. 2. 3. e con 2. 2. 2.

e con 1. 1. 4. ed il 7 con 1. 1. 5., 1. 2. 4., 1. 3. 3., 2. 2. 3. Tuttavia ancorchè il 9. e il 12. in altrettante maniere si compongano in quante il 10. e l' 11. perlochè d'egual uso dovriano esser reputati; si vede nondimeno, che la lunga osservazione ha fatto dai giuocatori stimarsi più vantaggiosi il 10. e l' 11. che il 9., e il 12.

E che il 9. e il 10. si formino (e quel che di questi si dice intendasi de' lor sossopri 12. e 11.) si formino dico con pari diversità di numeri, è manifesto; imperocchè il 9. si compone con 1 2. 6., 1 3. 5., 1. 4 4., 2. 2. 5., 2. 3. 4., 3. 3. 3. che sono sei triplicità, ed il 10. con 1. 3. 6., 1. 4. 5., 2. 2. 6., 2. 3. 5., 2. 4. 4., 3. 3. 4. e non in altri modi, che pur son sei combinazioni. Ora io per servire a chi m'ha comandato, che io debba produr ciò, che sopra tal difficultà mi sovviene, esporrò il mio pensiero, con isperanza, non solamente di sciorre questo dubbio, ma di aprire la strada a poter puntualissimamente scorger le ragioni, per le quali tutte le particolarità del giuoco sono state con grande avvedimento e giudizio compartite ed aggiustate. E per condurmi colla maggior chiarezza che io possa al mio fine, comincio a considerare, come essendo un dado, terminato da 6. facce, sopra ciascuna delle quali gettato, egli può indifferentemente fermarsi; sei vengono ad essere le sue scoperte, e non più, l' una dif-

ferente dall' altra. Ma se noi insieme col primo getteremo il secondo dado, che pure ha altre sei facce, potremo fare 36. scoperte tra di loro differenti, poichè ogni faccia del primo dado può accoppiarsi con ciascuna del secondo, ed in conseguenza fare 6. scoperte diverse; onde è manifesto tali combinazioni esser sei volte 6. cioè 36. E se noi aggiugneremo il terzo dado, perchè ciascuna delle sue facce, che pur son sei, può accoppiarsi con ciascuna delle 36. scoperte degli altri due dadi, averemo le scoperte di tre dadi essere 6. volte 36. cioè 216. tutte tra di loro differenti. Ma perchè i punti dei tiri di tre dadi non sono, se non 16. cioè 3. 4. 5. sino a 18. tra i quali si hanno a compartire le dette 216. scoperte, è necessario, che ad alcuni di essi ne tocchino molte; e se noi ritroveremo quante ne toccano per ciascheduno, averemo aperta la strada di scoprire quanto cerchiamo, e basterà fare tale investigazione dal 3. sino al 10. perchè quello, che converrà a uno di questi numeri, converrà ancora al suo sossopra.

Tre particolarità si debbon notare per chiara intelligenza di quello che resta: la prima è, che quel punto dei tre dadi, la cui composizione risulta da tre numeri eguali, non si può produrre, se non da una sola scoperta, ovvero tiro di dadi, e così il 3. non si può formare se non dalle tre facce dell'asso, ed il 6. quando si

dovesse comporre con tre dui, non si farebbe se non da una sola scoperta. Seconda: il punto, che si compone dai tre numeri, due de' quali sieno i medesimi, e il terzo diverso, si può produrre da tre scoperte, come v. g. il 4. che nasce dal 2. e dalli due assi, può farsi con tre cadute diverse, cioè quando il primo dado scuopra 2. e il secondo e terzo scuoprano asso, o scuoprendo il secondo dado 2., e il primo e il terzo asso; o scuoprendo il terzo 2., ed il primo e secondo asso. E così v. g. l'8. in quanto resulta da 3. 3. 2. può prodursi parimente in tre modi; cioè scuoprendo il primo dado 2. e gli altri 3. per uno, o scuoprendo il secondo dado 2. ed il primo e terzo 3. o finalmente scuoprendo il terzo dado 2. ed il primo e secondo 3. Terza: quel numero di punti, che si compone di tre numeri differenti, può prodursi in 6. maniere, come per esempio, l'8. mentre si compone da 1. 3. 4. si può fare con 6. scoperte differenti; prima, quando il primo dado faccia 1. il secondo 3. e il terzo 4. seconda, quando il primo dado faccia pur 1. ma il secondo 4. e il terzo 3. terza, quando il secondo dado faccia 1. e il primo 3. e il terzo 4. quarta, facendo il secondo pur 1. e il primo 4. e il terzo 3. quinta, quando facendo il terzo dado 1. il primo faccia 3. e il secondo 4. sesta, quando sopra l'1 del terzo dado, il primo

farà 4. e il secondo 3. Abbiamo dunque sin qui dichiarati questi tre fondamenti, primo, che le triplicità, cioè il numero delle scoperte dei tre dadi, che si compongono da tre numeri eguali, non si producono se non in un modo solo; secondo, che le triplicità che nascono da due numeri eguali, e dal terzo differente, si producono in tre maniere; terzo, che quelle che nascono da tre numeri tutti differenti, si formano in sei maniere. Da questi fondamenti facilmente raccorremo in quanti modi, o vogliam dire, in quante scoperte differenti si posson formare tutti i numeri dei tre dadi, il che per la seguente tavola facilmente si comprende, in fronte della quale sono notati i punti dei tiri dal 10. in giù sino al 3. e sotto essi le triplicità differenti, dalle quali ciascuno di essi può resultare, accanto alle quali son posti i numeri, secondo i quali ciascuna triplicità si può diversificare, sotto i quali è finalmente raccolta la somma di tutti i modi possibili a produrre essi tiri, come per esempio:

	10		9		8		7		6		5		4		3	
1																
3																
6																
10	6 3 1	6	6 2 1	6	6 1 1	3	5 1 1	3	4 1 1	3	3 1 1	3	2 1 1	3	1 1 1	1
15	6 2 2	3	5 3 1	6	5 2 1	6	4 2 1	6	3 2 1	6	2 2 1	3		3		1
21	5 4 1	6	5 2 2	3	4 3 1	6	3 3 1	3	2 2 2	1		6				
25	5 3 2	6	4 4 1	3	4 2 2	3	3 2 2	3		10						
27	4 4 2	3	4 3 2	6	3 3 2	3		15								
108	4 3 3	3	3 3 3	1		21										
108		27		25												
216																

nella prima casella abbiamo il punto 10. e sotto di esso 6. triplicità di numeri, con i quali egli si può comporre, che sono 6. 3. 1., 6. 2. 2., 5. 4. 1., 5. 3. 2., 4. 4. 2., 4. 3. 3. E perchè la prima triplicità 6. 3. 1. è composta di tre numeri diversi, può (come sopra si è dichiarato) esser fatta da 6. scoperte di dadi differenti; però accanto ad essa triplicità 6. 3. 1. si nota 6. ed essendo la seconda 6. 2. 2. composta di due numeri eguali, e di un altro diverso, non può prodursi se non in 3. differenti scoperte, però se gli nota accanto 3. la terza triplicità 5. 4. 1. composta di tre numeri diversi può farsi da 6. scoperte, onde si nota col numero 6. e così dell'altre tutte, e finalmente a piè della colonnetta de' numeri delle scoperte è raccolta la somma di tutte: dove si vede, come il punto 10. può farsi da 27. scoperte di dadi differenti, ma il punto 9. da 25. solamente, e l' 8. da 21., il 7. da 15., il 6. da 10., il 5 da 6., il 4. da 3., e finalmente il 3. da 1. le quali tutte sommate insieme ascendono al numero di 108. Ed essendo altrettante le scoperte dei sossopri, cioè dei punti 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. si raccoglie la somma di tutte le scoperte possibili a farsi colle facce dei tre dadi, che sono 216. E da questa tavola potrà ognuno ch' intenda il giuoco, andar puntualissimamente misurando tutti i vantaggi per minimi che sieno delle zare,

degl' incontri, e di qualunque altra particolar regola, che in esso giuoco si osserva.

PROBLEMI VARJ

DI GALILEO GALILEI.

PROBLEMA I.

Perchè causa volendo un nuotatore star fermo e a galla nell' acqua, sia necessario, che ei stia supino, colle gambe aperte, colle braccia distese sopra il capo, e intirizzito.

La causa del problema è questa. Volendo il nuotatore star a galla, e fermo, bisogna che ei cerchi di farsi nell' acqua più leggero che può, e questo gli succederà ogni volta che ei si accomoderà in tal modo, che del suo corpo ne resti sommerso più che sia possibile, perchè un peso di tanto divien più leggero nell' acqua di quanto pesa tant' acqua eguale in mole alla parte demersa di esso peso. Ora il nuotatore stando nell' acqua supino, viene a farsi in essa leggerissimo, perchè dalla bocca, e piccola parte del viso in fuori, tutto il resto del suo corpo resta sommerso, che se in altra positura ei si accomodasse, v. g. bocconi o per lato, non gli

riuscirebbe lo stare a galla senza muoversi, perchè tanto si sommergerebbe, che cacciando la bocca sott'acqua, per non poter respirare, anderebbe a risico di affogarsi. In oltre egli è necessario, che ei tenga le gambe aperte assai, perchè essendo il nostro petto per l'aria, che in esso si racchiude, mercè dei polmoni grandi assai, molto più leggero nell'acqua, che le cosce e le gambe, che sono massicce e piene, non bisogna, che il nuotatore le tenga strette ed unite, perchè così il lor centro della gravità cascherebbe assai lontano dal petto, onde sarebbe sforzato il nuotatore per la lieva delle gambe e cosce a dirizzarsi, nè potrebbe stare a diacere; dove che, se le terrà aperte e separate, il lor centro della gravità verrà più vicino al petto, e così gli faranno manco lieva. Bisogna ancora, che ei tenga le braccia distese sopra il capo, perchè tenendole così, viene a contrappesare il peso delle gambe e delle cosce, che se le tenesse accosto ai fianchi, ajuterebbe col peso delle braccia le gambe e le cosce a farlo rizzare, e tirarlo giù. Ed in ultimo gli convien stare colla vita intirizzata, attalchè e' venga a fare del suo corpo un composto solo, perchè se si abbandonasse, e si lasciasse andare, le braccia e le cosce e le gambe, essendo più gravi del petto, anderebbero al fondo, e seco tirerebbero il nuotatore.

PROBLEMA II.

Si domanda la causa onde avvenga, che il nuotare arrechi grandissimo affanno ai nuotatori, non ostante che e' sieno leggerissimi nell'acqua, onde con ogni picciola forza facilmente per essa si muovono.

Si risponde, che non è la forza, che si fa per nuotare quella, che arreca l'affanno grande a chi nuota, ma l'avere a tirar sott'acqua buona quantità d'aria, mediante la necessità del respirare; il che si dichiara così. Io ho un pallone, e lo voglio col mio fiato gonfiare; piglio un cannellino di canna, lo metto nell'animella, e comincio per quello a soffiar nel pallone, certo che se detto pallone non sarà circondato da altro, che dall'aria, assai facilmente mi riuscirà il gonfiarlo; ma se piglierò poi il medesimo pallone sgonfio, e lo metterò in un vaso grande pieno di acqua, e vorrò poi gonfiarlo tenendolo in essa sommerso, chiara cosa è, che durerò una gran fatica, perchè mi converrà alzare tant'acqua col fiato, quanta è l'aria, che io caccio nel pallone. Ora colui che nuota non attrae col respirare l'aria nel petto, stando circondato da aria, dove prima con poca fatica il nostro petto si gonfia, ma dee respirare, e tirar l'aria sott'acqua, della quale tanta mole ne vie-

ne ad alzare, ogni volta che ei respira, quanta è l'aria, che respirando ei manda nel petto, i muscoli del quale non essendo usi a un esercizio tanto laborioso, grandemente si affaticano, e di qui procede l'affanno grande del nuotatore. A questo si può aggiugnere ancora, che essendo per avventura i medesimi muscoli quelli, che ajutano a muover le braccia nel nuotare, si viene loro a raddoppiar la fatica, onde e per questa, e per quella dell'avere a tirar l'aria sott'acqua, si cagiona a chi nuota l'affanno, che abbiamo detto.

PROBLEMA III.

I funamboli, tenendo un'asta lunga in mano, facilmente camminano, e ballano sulla corda, e senz'essa con gran difficultà e appena ci possono camminare. Si domanda ora, che ajuto gli porga la detta asta.

La risoluzione del presente problema dipende da tre verissime proposizioni. La prima è tale. Io ho un pezzo di trave, e lo drizzo a perpendicolo sopra terra; drizzato che io l'ho, vedo, che non vuol stare altrimenti in piede, ma che comincia a inclinare per cadersene disteso in terra; allora se io, che lo vedo cadere, lo soccorro subito, con ogni picciola forza e lo

terrò, e lo tornerò a drizzare, che non vada giù, cosa, che non così facilmente farei, se lo soccorressi, quando ei fosse vicino a distendersi in terra. Da questa prima proposizione se ne cava la seconda, che è questa. Uno per passare un fosso è necessitato di camminare sopra un ponte strettissimo, qual sarebbe un tronco di un albero, o un pezzo di tavola larga un quarto di braccio: ora se costui averà qualche ritegno, o appoggio benchè minimo, sul quale si possa reggere, quando si sente barcollare, facilmente passerà il fosso, perchè come abbiamo detto nell' esempio della trave, basta ogni picciola forza e resistenza per tener in piede una cosa, che accenni di voler cascare. La terza proposizione è, che con assai maggiore prestezza e velocità si vibra e si scuote un pezzo di legno corto colla mano, che non si fa un' asta molto lunga. Ora il Funambolo, a guisa di quello, che ha da passare il fosso pel ponte stretto, ha da camminare sopra una corda, sicchè se non avesse qualche appoggio, quando e' si sente vacillare, cascherebbe facilissimamente in terra; ma egli ha l'appoggio, e questo glie lo porge l' asta lunga, che porta in mano; perchè quando ei si sente piegare, e andar giù da una banda, egli si appoggia e si aggrava dalla medesima sull' asta, la quale per esser molto lunga con gran lentezza si muove alla forza, che gli vien

fatta; sicchè non così tosto ella comincia a muoversi, che il Funambolo, al quale basta ogni minimo appoggio per riaversi, si è già riavuto, e raddrizzato.

PROBLEMA IV.

Io ho due lance del medesimo peso e della medesima lunghezza, cioè che tanto legno è in una, che nell' altra, ma una di esse è piena e massiccia, l' altra è incavata e vota a guisa di una canna; si domanda adesso qual di queste due lance più difficilmente si scavezzerà o troncherà.

Si risponde, che la vota farà maggior resistenza nel troncarsi, che non farà la massiccia, e tanto maggiore, quanto è maggiore il diametro suo di quello della piena. Per la qual cosa quindi è, che la provida Natura dovendo far gli uccelli molto leggeri, acciò più facilmente si movessero per aria, ma colle penne gagliarde, acciò potessero durare a volare, dette loro le penne dell' ali, che son quelle, che più dell' altre si affaticano, di materia leggerissima, ma col calamo vote, acciò fussero gagliarde, e resistenti al troncarsi; che se colla medesima quantità di materia gliele avesse fatte piene, assai più facilmente si potrebbono spezzare. E l' istessa industria ha osservato ancora in fargli alcuni ossi,

come quelli degli stinchi, e delle cosce, i quali si vedono molto sottili, e questo per leggerezza dell'uccello, ma voti dentro perchè e' sieno più gagliardi. Ma qui potrebbe domandare uno, perchè la natura non ha fatto ai quadrupedi, e agli altri animali, che camminano sopra la terra, l'ossa delle gambe vote come quelle degli uccelli, ma molto grosse e piene di midollo come si vedono. Per questo si risponderà, che e' quadrupedi, ed altri animali, che vanno sopra terra, andando sempre a pericolo di urtare le gambe in sassi o altri intoppi con pericolo di frangersi o schiacciarsi gli stinchi, era necessario che la natura glieli facesse pieni e massicci, acciò non così facilmente si potessero schiacciare; perchè pigliando l'esempio dalle due lance con più facilità si può schiacciare quella che è vota, che la piena. Ma gli uccelli, che vanno per aria, dove non hanno a temere intoppo alcuno, ma debbono essere principalmente leggeri, hanno gli stinchi e le penne dell'ali vote, e per leggerezza, e perchè nel moto, che fanno nel volare, facciano più resistenza a spezzarsi.

PROBLEMA V.

Onde avviene, che le stelle ci appariscano al senso immobili, con tutto che camminino con somma velocità, sicchè in brevissimo tempo camminano grandissimo spazio del Cielo.

A tal quesito si risponderà così: che le stelle ci appariscono immobili, nel medesimo modo, che immobile ci si dimostra la lancétta dell'Oriuolo. Perchè se noi piglieremo un Oriuolo, e lo accomoderemo in tal maniera, che prodotto il suo indice vada a ferire in una stella posta in Oriente, e dall'altra parte del detto indice, che riguarda l'Occidente, porremo l'occhio, vedremo che secondo che l'indice si verrà innalzando, la stella lo seguiterà, mantenendosi sempre nell'istessa linea retta dell'indice, nè mai accaderà che noi la vediamo o sotto o sopra di esso, sicchè ci parrà che ella si muova al moto dell'indice, il qual moto essendo a noi insensibile, insensibile ancora ci viene a essere quello della stella, ec.

PROBLEMA VI.

Onde avviene, che in tempo che sia nebbia, e la mattina a buon'ora

si vede intorno alle siepi grandissima quantità di ragnateli, dove che, quando il tempo è sereno e nel mezzo giorno, non se ne vede più uno. Si vedono assaissimi ragnateli quando è nebbia, perchè i fili di essi, che sono per la loro somma sottigliezza invisibili, vengono a essere ingrossati da un grandissimo numero di stille minutissime di acqua componenti la nebbia, che ci si posano su, onde si fanno visibili, e ci appariscono come tante filze piccolissime di perle, e per quest'istessa ragione se ne vedono ancora in gran quantità la mattina a buon' ora, perchè l'istesso effetto, che cagionano in essi le minute stille della nebbia, lo cagionano anco le stille della rugiada, la quale gli cade sopra la notte, onde poi la mattina si vedono quei carichi delle dette stille, le quali insino che il Sole non le consuma, son causa, che noi vediamo tanta gran quantità di ragnateli.

PROBLEMA VII.

Onde accade, che alcune volte dopo una nebbia scoprendosi il Sole le foglie di vite ed altre frondi divengono aride, e si seccano affatto.

La cagione di tale effetto è questa. Si posa (mentre dura la nebbia) sulle fo-

glie delle viti una grandissima quantità di stille minutissime di quelle istesse, che ci fanno vedere i ragnateli, e queste sono di figura rotonda e sferica perfettissima; si dissolve poi la nebbia, e si scopre il Sole, i raggi del quale passando per quelle piccolissime sferette percuotono per refrazione la foglia, che ad esse soggiace, sicchè nel medesimo modo, che gli stessi raggi passando per una palla di cristallo, o per una caraffa piena di acqua, e percotendo sull' esca e sul panno o altra cosa simile la riscaldano ed accendono, così anco passando per quei piccioli globetti vengono a riscaldare talmente la foglia, che l' inaridiscono e seccano affatto. Ma è da notarsi, che non sempre accade questo, perchè se la nebbia durasse molto tempo, si verrebbono a ragunare su le foglie tante di quelle minute goccioline, che si rammonterebbono una sopra l' altra, si confonderebbono insieme, e finalmente perdendo affatto la figura sferica si schiaccerebbono, onde altro non apparirebbe sulla foglia, che un sottil velo di acqua, ed in questo caso il Sole non fa in esse quell' effetto, che fa mentre quelle goccioline vi sono sopra intatte e intere.

PENSIERI VARJ

DI

GALILEO GALILEI.

Il dire, che le opinioni più antiche ed inveterate sieno le migliori è improbabile; perchè siccome d' un uomo particolare l' ultime determinazioni pare che sieno le più prudenti, e che con gli anni cresca il giudizio, così dell' universalità degli uomini pare ragionevole che l' ultime determinazioni sieno le più vere.

2. Sensum visus asseris omnium maxime fallaciis esse obnoxium, ob idque non

leviter, quaecunque visui occurrunt, esse credenda: fateor; scias tamen te contra te ipsum obloqui. Dicam enim ego: quia visus, praesertim in maximis distantiis, decipitur, hinc factum est, ut omnes homines ad haec usque tempora ob visus imbecillitatem decepti sint, credentes triformem Saturnum unam tantum esse stellam; Jovem solitarium incedere, cum tamen quatuor adstent illi circulatores; Lunam esse superficie perpolita; asperam tamen et tuberosam existentem deprehendimus; Venerem atque Mercurium semper circulariter intra naturalis potentiae cancellos obstrictos latere; oculis vero nostris mira perspicillorum efficacia munitis obviam sese fecerunt.

3. Si corpora physica non ex indivisibilibus constant, sed habent quanta minima in quae resolvantur, inquirendum est de ipsorum minimorum figuris, quae dubio procul erunt sphaericae. Afferunt enim causam, cur minima naturalia necessario sint quanta, quia scilicet talis forma, ut puta lapidis, terrae, auri, sub minori quantitate consistere nequit. Cum autem tres sint quantitatis dimensiones, dicendum est, formam illius corporis physici sub minore longitudine, latitudine, et profunditate consistere non posse. Dimensiones autem istae in corpore non organico non differunt ni-

si secundum nostram considerationem; aequalia ergo erant in minimis hisce componentibus, et per consequens quia minima erant physica.

4. Fixae sunt admodum exiguae, adeo ut neque Canis ipse multa superet minuta secunda. Licet quatuor mediceorum Planetarum periodi velocissimae sint, nunquam tamen huc usque iidem fuerunt situs, vel eaedem intercapedines. Quod liquido constat, si consequentes deinceps Constitutiones observentur, quae eundem ordinem minime servant: quod si et horum, numero tantum quatuor, brevissimae restitutiones irrationales sunt, quid quaeso de aliis septem erronibus existimandum? Quis eorum errores statutis legibus exscribet?

5. Utimur tanquam rationali mensura temporibus revolutionis diurnae, et eorum particulis menstruas Lunae, solis annuas, alias reliquorum Planetarum reversiones metiri consuevimus, quae tum inter se, tum primae lationi incommensurabiles cum sint, irrationabiles ergo, et prorsus inexplicabiles extant. Quapropter iis, qui sequentur, Astronomis, siculi et superioribus omnibus, negotium in Astronomia non deerit. Insuper reliquarum omnium lationum mensuram facimus diurnam revolutionem, ejusque particulas, quasi et ipsa aequabilis et uniformis sit, aequalesque illius arcus aequalibus tempori-

bus respondeant; sed quis observavit, quis vidit Æquatoris aequabilem esse transitum?

6. Calidi est rarefacere et frigidi condensare. Nunquid corpus aliquod, quod in aqua frigida non descendat, quia densior, descendat idem in calida, quia rarior?

7. In Vasculis vitreis occlusis liquores et fructus diu forte servantur.

8. Esse in gravi repugnantiam intrinsecam ad motum instantaneum, adeo ut non ratione medii impedientis contingat successio et tarditas, qua dempta scilicet per vacuum intervallum, mobile instantanea casurum foret celeritate, patet vel maxime ex eo, quod in principio lationis lente movetur, impetumque acceleritatem acquirit successive, quod minime contingeret, si a principio intrinseco inesset illi propensio ad instantaneum motum. Cum enim tam in principio quam in medio lationis eadem semper habeatur medii resistentia, aeris nempe quiescentis, motus esset aequabilis orsus ab eodem principio, factus in eodem medio semperque eodem modo disposito.

9. Crediderunt Peripatetici causam scintillationis Fixarum esse remotionem, ob quam visus noster debilis et trepidans ad illas pervenit; sed ut rectius loquantur, ob quam illarum fulgor debilis ac titubans ad oculum pertingit; quod de more ex diametro falsum erit. Nam fixae scintillant, quia suapte natura lucidae fulgorem ab

intra emittunt, radiosque fulgentissimos vibrant. Planetae vero suapte natura obscuri alieno tantum lumine in superficie pinguntur. Languet exinde eorum lux adscititia, quae moveri desinit in Planetarum corpora impingens.

10. Dicis stellarum infra tertiam magnitudinem nullas esse operationes, deque illis nullam ab Astronomis curam haberi. Verum tuam inscitiam non agnoscis? Nonne Nebulosarum curam maximam geris? At nebulosae quid aliud sunt, quam stellarum infra tertiam magnitudinem congeries?

11. Motus deorsum gravibus est naturalis, quatenus ea restituit in bonam constitutionem, quae prius erant in mala, et sic motus etiam sursum iisdem naturalis est, ut cum lignum ex aquae fundo fertur ad superficiem, ut ibi naturaliter quiescat; ita quoque arboris ramus attollitur sursum naturaliter, quia vi inflexus fuerat.

12. È bella cosa il sentire alcuni Peripatetici ignorantissimi di Matematica farsi avanti con dire, che Aristotile fu così gran matematico quanto altri, quasi che tanto basti, che Aristotile ne abbia saputo per se e per loro.

13. Che il fumar dell'acque dei pozzi l'inverno non venga da lor calore è manifesto, perchè i panni, che si asciugano al sole, l'inverno fumano, e la state no, e l'alito si vede l'inverno, e non la state.

14. Si Luna esset speculum, ad imagines circumadstantium corporum pingere-

tur, ipsorumque simulacra ad nos retorqueret. Verum Solis ac stellarum idola ob nimiam illarum a Luna distantiam, nec non ob Lunae a nobis elongationem, itemque ob ejus sphaericitatem omnino inconspicuá forent. Afficeretur igitur universa Lunae superficies ab imaginibus totius aetheris circumfusi, cujus colore coloraretur: invisibilis ergo esset Luna in Coelo, ac Solis lumen nullatenus ad nos retorqueret. Sol enim in hemisphaerio Lunae eam occuparet partem, quam corpus illius in toto fere coelo occupat. Posita solis diametro gr. o. m. 34. erit ejus discus ad sui coeli superficiem ut 1. ad 221760.

15. Sia il solido B in ispecie egualmente grave come l'acqua; e sia la mole C (Fig. LXIII.) più grave in ispecie del solido B, ma di gravità assoluta eguale ad esso; sarà dunque la mole C minore della mole B. Pongasi la mole C D eguale alla B, ed intendasi la parte D esser aria. Adunque D essendo aria, in aria non peserà niente, e però tutta la mole C D peserà in aria quanto C, cioè quanto B: le moli dunque B, C D in aria pesano egualmente. Dico che anche in acqua saranno eguali in peso, cioè che nè anco C D peserà nulla. Imperocchè pesando il solido C in aria quanto la mole B, cioè, quanto una mole d'acqua eguale a C D, ed in oltre pesando C in acqua meno che in aria, quanto è il peso in aria d'una

mole d' acqua eguale alla mole C; adunque C in acqua pesa quanto una mole d'acqua eguale alla mole D in aria. Ma la gravità in aria d' una mole d'acqua D è eguale alla leggerezza d' altrettanta mole d'aria in acqua: adunque la gravità del solido C in acqua è eguale alla leggerezza della mole d' aria D in acqua: adunque il composto C D in acqua non pesa nulla, come B.

16. In ogni mobile che debba esser mosso violentemente pare, che sieno due specie distinte di resistenza; l'una che risguarda quella resistenza interna, per la quale noi diciamo più difficilmente alzarsi una pietra di mille libbre, che una di cento: l'altra che ha rispetto allo spazio per il quale si ha da fare il moto; e così maggior forza ricerca una pietra ad esser gettata lontana cento passi, che cinquanta. A queste diverse resistenze rispondono proporzionatamente i due diversi motori, l'uno dei quali muove premendo senza percuotere, l'altro opera percuotendo. Il motore che opera senza percossa non muoverà se non una resistenza minore, benchè insensibilmente della sua virtù o gravità premente, ma la muoverà bene per ispazio infinito, accompagnandola sempre colla sua stessa forza: e quello che muove percuotendo, muove qualsivoglia resistenza benchè immensa, ma per limitato intervallo; onde io stimo vere queste due

proposizioni: il percuziente muovere infinita resistenza per finito e limitato intervallo: il premente muovere finita e limitata resistenza per infinito intervallo. Sicchè al percuziente sia proporzionabile l' intervallo, e non la resistenza; ma al premente la resistenza, e non l' intervallo. Le quali cose considerate mi fanno dubitare, che il quesito del Sig. Francesco sia inesplicabile, come quello che cerchi agguagliare cose non proporzionabili, che tali credo io, che sieno le azioni della percossa, e della pressione, siccome nel caso particolare qualunque resistenza, che sia nel cuneo B A, sarà mossa da qualunque percuziente C ma per limitato intervallo come tra i punti B A. Ma dal premente D non qualunque resistenza sia nel cuneo B A sarà spinta, ma una limitata e non maggiore del peso D. Ma questa non sarà spinta per il limitato intervallo tra i punti B A, ma in infinito, essendo sempre ugual resistenza nel medesimo mobile A B, come si deve supporre, non si facendo menzione in contrario nella proposta.

17. Appresso le scuole de' Filosofi è approvato per vero principio, che del freddo sia proprietà il ristrignere, e del caldo il rarefare. Ora stante questo, intendasi, che l' aria contenuta nello strumento sia della medesima temperie, che l' altra aria della stanza dove si pone, e così per ritrovarsi questi due corpi egualmen-

te gravi in ispecie, ne segue che l'uno non iscaccia l'altro, come a quello che per non acquistar niente è meglio restar quivi. Ma se l'aria circonfusa alla palla si raffredderà con l'imporvi qualche corpo più freddo, i calidi contenuti nell'aria compresa nella palla, come quelli che per esservi un mezzo men leggeri di loro, se ne saliranno in alto, e tal aria diverrà più fredda di prima: e così per l'antidetto principio si ristrignerà e terrà meno luogo, ne detur vacuum, onde il vino salirà su ad occupare il luogo lasciato vuoto dall'acqua, e di poi riscaldata tal aria, rarefacendosi e tenendo maggior luogo verrà a scacciare e mandar giù il vino, il quale come grave volentieri le cederà quel luogo; onde ne segue che il freddo non sia altro che privazione di caldo. Che gli uomini muojano interizziti dal freddo avviene che il freddo ambiente va consumando tutti quegli atomi ignei, che trova nelle membra, onde non v'essendo più il calor naturale, si muore. L'acqua posta in una stanza si trova nella medesima temperie, che la stanza dove si pone partecipando ambedue ugualmente di atomi ignei: ma che una mano che tenuta in aria ti par calda, poi posta nell'acqua si raffredda, questa ne è la cagione considerandosi il caldo esterno e l'interno; che mentre resta in aria, gli atomi ignei suoi proprj hanno luogo d'uscire, che son

quelli, che cagionano il caldo; ma posta in acqua, le particole d' essa tornano e serrano gli aditi onde escono i detti atomi, essendo le parti dell' acqua maggiori delle porosità, per le quali essi scappano fuori, il che non avviene nell' aria, trovando il campo libero, come quelli che non son tenuti dalle parti dell' aria per esser minori de' pori, onde erumpunt, essendo che il caldo non sia altro, che il contatto e solleticamento di quegli atomi calidi, i quali nello scappar fuora trovano le membra del corpo. L'aria freddissima per Tramontana è più fredda del diaccio e della neve. In confermazione di che se si approssimerà allo strumento in tal tempo o della neve o del diaccio, il vino calerà notabilmente. In oltre per confermar questo, un vaso pien d' acqua posto nell' acqua non ghiaccerà, e posto in aria ghiaccerà. In oltre l'acque de' Fiumi dovriano agghiacciarsi nel fondo, dove son più lontane dal caldo dell'aria, e non nella superficie, dove son vicinissime all' aria, ma ne segue il contrario; onde nell' istessa maniera, cioè dall' operazione del caldo e del freddo si maturano tutte le frutte e biade, perchè se considereremo la struttura e fabbrica di quelle, prima vedremo: l' uva è composta di grani o vogliamo dire vesciche, e questo si vede apparentemente nell'uva dove ogni grano è una vescica: il simile ne'pomi

granati, fichi, coccomeri ed altri; onde tali vesciche essendo piene d'umore, venendo il caldo del Sole, le spreme e sgonfia, e mandano fuori parte di quell'umore, onde la sera son passe. Ma nel sopraggiugner la notte, e raffreddandosi l'aria, tali vesciche si vengono a riempire di nuovo umore, e maggior di quello, che il giorno avanti avevano mandato fuori, onde esse vesciche vengono a molto più farsi capaci, e per questa alterazione si maturano, facendo l'istesso effetto che fa l'istrumento, in confermazione di che si veggono la mattina durissime. D'onde avvenga che il velluto tenga caldo, e l'ermisino fresco, ciò è causa, perchè questo, come quel che si accosta benissimo alla carne, serra i pori, onde restano i calidi dentro, e così non si genera il caldo, ed il simile avviene nelle pellicce. In un fiasco si può costipare tant'aria, che pesi oltre al peso ordinario del fiasco e dell'aria, quanto un coso di venti soldi, onde ne seguita ch'ella sia grave e non leggiera, perchè se ella fusse tale, quanta più aria si costipasse nel fiasco, tanta più forza avrebbe d'andare in alto, come si vede che un vaso quanto più s'empie di terra, tanto più va al fondo.

18 Le parti quante nella linea terminata o sono finite o infinite; finite no, perchè la divisione non si estenderebbe in infinito; infinite no, perchè la linea pro-

posta sarebbe stata infinita in lunghezza. Dico nè esser infinite, nè finite; ma esser tante, che rispondono ad ogni numero, e rispondendo ad ogni numero non sono infinite, perchè nessun numero è infinito; nemmeno sono finite, cioè determinate da qualche numero, perchè d' ogni numero determinato ce ne sono altri maggiori.

La fallacia è nel distinguere dicendo, o sono finite o infinite; perchè il finito e l' infinito sono differenti di genere: ed in questa guisa non è buona divisione, l'avorio o è giallo o è dolce, potendo essere nè giallo nè dolce.

Dirà alcuno, io divido la linea in due parti quante, poi in quarti, poi in 100, nè mai arrivo al fine della divisione; adunque nella linea è l' infinito de' quanti. Si inganna questo nel suo discorso, perchè non meno dista dall' infinito il 1000, che il 100, o che il 20, o che il 4; e dal 4 al 20, poi al 100, ed al 1000 ec. non si cammina verso la infinità; onde questa inquisizione non ci può accertare, se vi sia l' infinito o no; siccome quello, che partendo da Venezia naviga sempre verso mezzo giorno non trovando mai Costantinopoli, non può dire, Costantinopli è lontana da Venezia in infinito, potendo esser ovvero che Costantinopoli non sia in natura, ovvero che quella strada non vada in quel verso: ma potria ben dire tal distanza esser infinita, quando andando a

quella volta dove fusse Costantinopoli, fusse impossibile l'arrivarvi mai. Concludo adunque, che la via della divisione e suddivisione non camminando verso l'infinito, non ci serve niente per concludere se vi sia o no. Puossi continuar sempre la divisione, senza che mai le parti siano infinite, ma sempre contenute da qualche numero, del quale non ve ne sia un altro maggiore, nè vi è numero che sia infinito.

Quello che risponde a tutti i numeri non è di necessità infinito, perchè non v'è numero alcuno infinito, e quello che è determinato da qualche numero, non risponde a tutti i numeri, perchè nessun numero include tutti i numeri. Adunque quello che è determinato da qualche numero è altro, che quello, che risponde a tutti i numeri; e quello che risponde a tutti i numeri è altro che l'infinito. Adunque abbiamo tre cose differenti, cioè quello che è determinato da qualche numero, quello che risponde a tutti i numeri, e l'infinito. Chi dunque dirà, che le parti del continuo son tante, che rispondono ad ogni numero, dirà bene.

19 Cercasi per qual cagione i luoghi montuosi o vicini alle gran montagne siano più degli altri sottoposti alle tempeste, fulmini, tuoni, e baleni. Forse la cagione è tale. Levansi nella terra vapori, ed esalazioni. Sono i vapori materia delle piog-

ge, nebbie e nuvole. Ma l'esalazioni producono stelle cadenti, travi, ed altre impressioni ignee. Queste son frequenti nell' Estate per le molte esalazioni elevate dal caldo del Sole. Quelle abbondano nell' inverno e ne' tempi non caldi per la copia de' vapori umidi; e mentre che l' aria sarà ripiena di semplici vapori, darà semplicemente pioggia e nevi; ma se vi saranno in copia semplici esalazioni, vedrannosi le sole impressioni ignee sopraddette. Ma se nell' istesso tempo abbonderanno nell' aria e vapori ed esalazioni, allora per il contrasto delle contrarietà, l' esalazioni serrate e combattute da' vapori produrranno tuoni lampi e saette, ed i vapori per l' antiperistasi dell' esalazioni non solo in pioggia, ma in grandine e tempesta si scioglieranno. Ora a ciò si elevino nell' istesso tempo e l' esalazioni ed i vapori, sono i luoghi montuosi accomodatissimi, e massime nel tempo caldo. Imperocchè ferendo il sole i dorsi de' monti esposti a mezzo dì ad angolo retto, gli risecca e n' estrae copia grande d'esalazioni; ma dai dorsi boreali, e dalle valli profonde ed umide ascendono in gran copia i vapori, i quali mescolati con l' esalazioni sono materia atta a produrre mediante le loro contrarie qualità quegli effetti più violenti di tuoni, lampi, fulmini, grandini, tempeste, dove che dalle pianure lontane dai monti, per esser

loro nello stesso modo ferite dai raggi solari, non si fanno elevazioni di materie contrarie, ma simili ed atte a produr effetti uniformi e meno violenti. L'inverno poi per l'abbassamento del Sole pochissime esalazioni dai monti, e meno dalle pianure si elevano; onde in quella stagione si hanno solamente gli effetti dei vapori, cioè pioggie, nevi ec. In oltre dai paesi montuosi maggior copia di vapori e di esalazioni si elevano, che dalle pianure, perchè la superficie v. g. di dieci miglia di paese montuoso è assai maggiore che quella di dieci miglia di piano, e perchè l'evaporazioni si fanno dalla superficie, adunque ec. Dico in oltre maggior copia di vapori elevarsi dalla Terra umida, che dall'acqua, perchè l'acqua come diafana trasmette i raggi del Sole, e meno si riscalda, che la Terra opaca la quale riscaldata più, maggiormente fuma. Segno di ciò sia, che in un giorno di state, d'un vaso d'acqua profonda, poca se ne asciugherà, ma se si continuerà d'aspergere sottilmente una pietra o una tela grandissima copia d'acqua si convertirà in vapore. Poco dunque di vapori, e meno di esalazioni si eleva dal mare.

20 Aquam in sua regione non gravare colligunt ex eo, quod si quis in profundo maris locetur, pondus imminentis aquae non sentiat. Id autem si recte di-

ctum est, inferam ego, non modo aquam non gravare, verum potius levitare. Nam si magnus e. g. lapis in profundo maris ponatur, non modo ob imminentem aquam non reddetur gravior, verum longe minus ponderabit, quam si aqua ablata fuerit.

21 Incalescat vitreum vas oris angustissimi, donec aer extrudatur, statimque obturetur, ne novus subintret aer, et ita exinanitum ponderetur in libra exactissima; deinde immissum idem vas in aqua aperiatur, ingredietur tantundem aquae, quantum desiderabatur aeris: haec aqua servetur in alio vase, deinde primum vas optime siccatum iterum ponderetur jam naturali aere repletum, ponderabit dubio procul magis quam antea dum esset exinanitum, acceptaque ponderum differentia erit pondus aereae molis aquae servatae aequalis.

22 Fannosi liti e dispute sopra l'interpretazione d'alcune parole d'un testamento d'un tale, perchè il testatore è morto, che se fusse vivo, sarebbe pazzia il ricorrere ad altri che a lui medesimo per la determinazione del senso di quanto egli avea scritto. Ed in simil guisa è semplicità l'andar cercando i sensi delle cose della natura nelle carte di questo o di quel Filosofo più che nell'opere della Natura, la quale vive sempre, ed operante ci sta presente avanti gli occhi veridica ed immutabile in tutte le cose sue.

INDICE

Del presente Volume X.

INDICE

DELLE COSE NOTABILI

Che si contengono nei primi dieci Tomi dell' Opere di Galileo Galilei.

A

C

E

Per conoscere qual di due acque sia la più leggiera v. 8. 118 119.

Esperienza per mostrare, che i globi d' acqua, particolarmente sopra alle foglie del Cavolo, non si sostengano da interna tenacità delle sue parti v. 8. 119.

Per osservare la gran dissensione, che è tra l'acqua, e'l vino v. 8. 120.

Esperienza d' Aristotile, che dimostra l' Aria esser grave v. 8. 131.

Per misurare la gravità dell' Aria rispetto all' altre cose v. 8. 132.

Esperienza, che fa chiaro la diversa gravità de' mobili, benchè grandissima, non aver luogo nel diversificare le loro velocità v. 8. 139.

Per dimostrare la resistenza del mezzo nel raffrenare l' accelerazione d' un mobile cadente v. 8. 154 e segg.

Circa alle vibrazioni de' Pendoli v. 8. 157 158 e segg.

Circa all' ondeggiamento dell' acqua in un bicchiere v. 8. 162 e segg.

Per mostrare il moto de' projetti esser Parabolico v. 8. 232.

Per mostrare, che il medesimo mobile ha eguali gradi di velocità acquistati sopra a diversi piani, quando sono eguali le inclinazioni de' medesimi v. 8. 263 264.

Per mostrare, che nell' accelerazioni dei

G

I

K

L

M

del mezzo, quantunque tenuissimo, e nella continuazione del moto non sia ridotto all' equabilità v. 8. 153 e segg.

Se un mobile equabilmente scorrendo colla medesima velocità passerà due spazj, i tempi delle scorse saranno fra di loro, come gli spazj passati v. 8. 240.

Se un mobile passerà due spazj in tempi eguali, saranno i medesimi spazj, come le velocità, e se gli spazj saranno fra loro come le velocità, i tempi saranno eguali v. 8. 241.

I tempi de' mobili mossi con ineguali velocità per lo medesimo spazio, si rispondono contrariamente alle velocità v. 8. 243.

Se due mobili si muoveranno con moto equabile, ma con diseguale velocità, gli spazj passati da' medesimi in tempi diseguali averanno proporzion composta della proporzione delle velocità, e della proporzione de' tempi ivi.

Se due de' medesimi saranno mossi con moto equabile, siano però le velocità disuguali, e gli spazj passati disuguali, la proporzione de' tempi sarà composta della proporzione degli spazj, e della proporzione della velocità contrariamente prese v. 8. 244.

Se si moveranno due mobili con moto equabile, la proporzione delle velocità de' medesimi sarà composta della proporzione degli spazj passati, e della proporzione de' tempi contrariamente presi v. 8. 245.

Il medesimo mobile ha eguali gradi di velocità acquistati sopra a diverse inclinazioni di piani, quando sono eguali l' inclinazioni de' medesimi piani, ed esperienza di ciò v. 8. 264.

Sua accelerazione nelle superficie curve procede con gradi molto differenti da quelli per le rette v. 8. 266.

Mobile tempo nel quale dal med. è passato qualche spazio con un moto dalla quiete uniformemente accelerato è eguale al tempo, nel quale il medesimo spazio sarebbe passato da un mobile mosso con moto equabile, la velocità del qual moto sia suddupla al sommo, e ultimo grado della velocità del primo moto uniformemente accelerato ivi.

Se scorra dalla quiete con moto uniformemente accelerato, gli spazj passati dal medesimo in qualsivoglia tempo sono fra loro in duplicata proporzione de' medesimi tempi, cioè come i quadrati de' medesimi tempi v. 8. 268.

I momenti, e le velocità d' un istesso son diverse sopra diverse inclinazioni

di piani, e la massima è la perpendicolare elevata sopra all'Orizzonte v. 8. 278.

I gradi di velocità d'uno descendente con moto naturale dalla medesima sublimità per piani in qualsivoglia modo inclinati, all'arrivo sull'Orizzonte son sempre eguali rimossi gl'impedimenti v. 8. 280.

Se sopra a un piano inclinato, ed uno in perpendicolo egualmente alti scorra dalla quiete qualche mobile, i tempi delle scorse saranno fra loro, come le lunghezze de' medesimi piani v. 8. 284.

Il momento di un grave in un piano inclinato sta al momento nel prependicolo, come reciprocamente il perpendicolo alla lunghezza di esso piano v. 4. 216. v. 8. 261. v. 10. 72. 73.

I tempi delle scese d'un mobile sopra a'piani diversamente inclinati, ma colla medesima elevazione, sono fra loro come le loro lunghezze v. 8. 286 287.

I tempi delle scorse sopra a'piani eguali, ma inegualmente inclinati sono fra loro in suddupla proporzione dell'elevazione de' medesimi piani permutatamente presi v. 8. 288.

La proporzione de' tempi delle scese d'un mobile sopra a' piani di diverse inclinazioni, e lunghezze, ed ineguali elevazioni, è composta della proporzione delle lunghezze de'medesimi pia-

ni, e della suddupla dell' elevazioni permutatamente prese v. 8. 289.

Se l'elevazioni di due piani averanno doppia proporzione di quello, che hanno le lunghezze de' medesimi piani, i moti dalla quiete per gli medesimi si faranno in tempi eguali v. 8. 298.

In quei piani segati dal medesimo cerchio eretto all' Orizzonte, i quali si congiungono col termine sublime, o imo del diametro retto, i tempi del moto sono eguali al tempo della caduta per lo diametro, in quei però che si congiungono col diametro i tempi sono più brevi, e in quei, che segano il diametro i tempi sono più lunghi v. 8. 299.

Se da un punto in una linea parallela all' orizzonte s' inclinino in qualsivoglia modo due piani, e siano segati da una linea, che faccia con essi gli angoli permutatamente eguali agli angoli contenuti da' medesimi piani, e dall' orizzontale, i moti nelle parti segate dalla detta linea si faranno in tempi eguali v. 8. 300.

I tempi delle scorse sopra a diverse inclinazioni di piani, che abbiano l'elevazioni eguali, sono fra loro, come le lunghezze de' medesimi piani, se il moto si comincerà dalla quiete, ovvero preceda loro una scesa della medesima altezza v. 8. 302.

no nel mezzo cerchio, il cui diametro è l'istesso perpendicolo ivi.

I tempi del moto sopra a' piani inclinati sono eguali, quando l'elevazioni di parti eguali de' medesimi piani stanno fra loro come le lunghezze di detti piani ivi.

Se due piani uno a perpendicolo, e l'altro inclinato siano segati tra le medesime linee orizzontali, e si prendano le loro medie proporzionali, e delle loro parti comprese dalla loro comun sezione, e dalla superior linea orizzontale, il tempo del moto fatto nel perpendicolare al tempo fatto nella parte superiore del perpendicolare, e conseguentemente nell' inferiore del piano segante, averà quella proporzione, che ha tutta la lunghezza del perpendicolare alla linea composta dalla media presa nel perpendicolo, e dall' eccesso col quale tutto il piano inclinato supera la sua media v. 8. 304.

Dato un piano perpendicolare, inclinare al medesimo un piano, nel quale avendo egli col piano la medesima elevazione, vi si faccia il moto dopo la caduta dal perpendicolo, nel medesimo tempo, che si farebbe nell' istesso piano perpendicolare dalla quiete v. 8. 306.

Dato un piano perpendicolare, e un piano inclinato al medesimo trovare nel superior piano perpendicolare una

parte, la quale dalla quiete sia passata in un tempo eguale a quello, nel quale si passa il piano inclinato dopo la scorsa nella ritrovata parte del piano perpendicolare v. 8. 307.

Dato un piano perpendicolare, e un piano ad esso piegato, trovare nel piano perpendicolare steso di sotto una parte la quale sia passata nel medesimo tempo, che il piano piegato, dopo la scesa dal dato perpendicolo v. 8. 309.

Se le parti d'un piano inclinato, e d'uno perpendicolare, le scorse per le quali dalla quiete siano eguali, si congiungano ad un medesimo punto, il mobile venendo da qualsivoglia altezza più sublime, più presto passerà le parti del piano inclinato, che quelle del perpendicolare v. 8. 310.

Dato un perpendicolo, ed un piano ad esso inclinato, nel dato piano assegnare uno spazio, nel quale il mobile dopo la caduta pel perpendicolo si muova in un tempo eguale a quello, nel quale passò dalla quiete il medesimo perpendicolo v. 8. 313.

Dato in un perpendicolo qualsivoglia spazio segnato dal principio della scorsa, che sia passato in un dato tempo, e dato qualsivoglia altro tempo minore, trovare nel medesimo perpendicolo un altro spazio, che sia passato nel dato tempo minore v. 8. 314.

Dato in un perpendicolo qualsivoglia spazio passato dal principio della scorsa, e dato il tempo della caduta, trovare un tempo, nel quale un altro eguale spazio dovunque preso nel medesimo mobile sia conseguentemente passato v. 8. 315.

Dato qualsivoglia spazio, e una parte nel medesimo dopo il principio della scorsa, ritrovare un'altra parte verso la fine, che sia passata nel medesimo tempo della prima data v. 8. 316.

Lo spazio, che si passa in un perpendicolare dopo la caduta dalla cima nel medesimo tempo, nel quale si passa pel piano inclinato, è minore di quello, che si passa nel medesimo tempo per l'inclinato piano, non precedendo la caduta dalla cima: maggiore però, che il medesimo piano inclinato v. 8. 312.

Se in un perpendicolo si faccia la caduta dalla quiete, nel quale da principio della scesa si prende una parte passata in qualsivoglia tempo, dopo la quale segua il moto inflesso per un piano comunque inclinato, lo spazio, che è passato in tal piano in tempo eguale al tempo della caduta già fatta pel perpendicolo allo spazio già passato per lo medesimo perpendicolo, sarà maggiore, che doppio, minore però, che triplo v. 8. 317.

Dati due tempi ineguali, e dato uno spazio, che si passi dalla quiete nel perpendicolo in un tempo minore dei dati, dal punto superiore del perpendicolo fino all' orizzonte piegare un piano, sopra al quale un mobile discenda in un tempo eguale al tempo più lungo de' dati tempi v. §. 319.

Dato uno spazio passato in qualsivoglia tempo dalla quiete per un perpendicolo, dall' imo termine di questo spazio piegare un piano, sopra al quale dopo la caduta pel perpendicolo nel medesimo tempo sia passato uno spazio eguale a qualsivoglia dato spazio, il quale però sia più, che duplo, e minore, che triplo dello spazio passato pel perpendicolo 320.

Dato un perpendicolo fra le medesime parallele orizzontali, ed un piano elevato dal suo imo termine, lo spazio, che dal mobile dopo la caduta nel perpendicolo è passato sopra a uno piano elevato in un tempo eguale al tempo della caduta, è maggiore dell' istesso perpendicolo, minore però che duplo del medesimo perpendicolo v. §. 328.

Se dopo la caduta per qualche piano inclinato segua il moto sopra il piano dell' orizzonte, sarà il tempo della caduta sopra il piano inclinato al

tempo del moto per qualsivoglia linea dell'orizzonte, come la doppia lunghezza del piano inclinato alla linea presa dell'orizzonte v. 9. 226 227. v. 10. 16 17.

Dato un perpendicolo fra linee parallele Orizzontali, e dato uno spazio maggiore dell'istesso perpendicolo, e minore del duplo del medesimo, dall'imo termine del perpendicolo innalzare un piano fra le medesime parallele, sopra al quale un mobile con moto reflesso dopo la scesa pel perpendicolo faccia uno spazio eguale al dato, in un tempo eguale a quello della scesa pel medesimo perpendicolo ivi.

Se per piani ineguali, che abbiano le medesime elevazioni, scenda un mobile, lo spazio, che è passato nell'ima parte del più lungo in tempo eguale a quello nel quale è passato tutto il più breve piano, è eguale allo spazio, che si compone dall'istesso più breve piano, e dalla parte, alla quale il medesimo piano più breve ha la medesima proporzione, che ha il piano più lungo all'eccesso nel quale il più lungo supera il più corto v. 8. 332.

Dato qualsivoglia spazio orizzontale, dal termine del quale sia eretto un perpendicolo, nel quale si pigli una

parte eguale alla metà dello spazio preso nel dato orizzontale, il mobile discendendo per tale altezza, e rivoltatosi per l' orizzontale farà lo spazio orizzontale insieme col perpendicolo in più breve tempo, che qualunque altro spazio del perpendicolo col medesimo spazio orizzontale v. 8. 334.

Se da qualunque punto d' una linea orizzontale discenda un perpendicolo, e da un altro punto preso nella linea medesima orizzontale si debba condurre un piano fino al perpendicolo, pel quale un mobile discenda in brevissimo tempo fino al medesimo perpendicolo, tal piano sarà quello, che taglia del perpendicolo una parte eguale alla distanza del preso punto nell' orizzontale dal termine del perpendicolo 336.

Se sarà una linea retta sopra a una orizzontale comunque inclinata, il piano disteso dal dato punto nell' orizzontale fino all' inclinata, nel quale si fa la scesa nel tempo il più breve di tutti, è quello, che divide pel mezzo l' angolo contenuto da due perpendicolari stese dal dato punto, una all' orizzontale linea, l' altra all' inclinata v. 8. 337.

Se si piglino nell' orizzonte due punti, e da uno di esso si inclini qualsivoglia

linea verso l'altro, dal quale all' inclinata si tiri una linea retta, che da quella tagli una parte eguale a quella, che è compresa fra' due punti dell' orizzonte, la caduta per questa tirata si fa più presto, che per qualsivogliano altre linee rette tirate dal medesimo punto alla medesima inclinata. Ma nell' altre le quali si discosteranno di qua, e di là con angoli eguali, le cadute si faranno in tempi fra loro eguali v. 8. 339.

Dato uno perpendicolo, ed un piano ad esso inclinato, che abbiano la medesima altezza, e il medesimo termine sublime, trovare un punto sopra al comun termine nel perpendicolo, dal quale se si lasci andare un mobile, che si rivolti poi per un piano inclinato, questo passi piano nel medesimo tempo, che passerebbe dalla quiete il medesimo perpendicolo v. 8. 341.

Dato un piano inclinato, ed un perpendicolo, che abbiano il medesimo termine, trovare il punto più sublime nello stesso perpendicolo, dal quale scendendo un mobile, e rivoltato pel piano comunque inclinato, lo passi nel medesimo tempo, che passerebbe il solo piano inclinato dalla quiete dal suo termine superiore v. 8. 342.

Data una linea inflessa al dato perpen-

riore, e nella superiore, i quali abbiano fra loro qualunque data proporzione d' una minore ad una maggiore v. 8. 356.

Gli spazj passati da un mobile sono proporzionali ai piani di velocità con cui passa tali spazj v. 10. 14.

Se un mobile in certo tempo spinto da una data forza si acquista certa velocità, e in altro certo tempo spinto da altra data forza, si acquista certa altra velocità, saranno le velocità come i piani delle forze v. 10. 17.

Proposizioni circa le proporzioni delle Forze, velocità, tempi, e spazj di mobili mossi di moto accelerato v. 10. 18 19 e segg. 32. e segg.

Se un mobile cade o per una retta, o per una curva, e per la retta in un punto abbia acquistata certa velocità; e per la curva in un punto egualmente alto, cioè in pari distanza dal centro abbia acquistata la tal velocità, le due velocità son uguali, qualunque sia la scala delle forze v. 10. 48. Non così in piani variamente inclinati 51 52.

Se un grave scenda dalla quiete per un piano, indi si rivolga in un altro, non vi entrerà colla forza acquistata nel primo piano, e con qual forza v' entri v. 10. 52 53.

N

O

P

parte d'una larghezza d' un'intera Parabola, è media proporzionale fra la sua altezza e sublimità, dalla quale cadendo un mobile la descrive v. 9. 51.

Data la sublimità, e l'altezza d'una semiparabola ritrovare la sua larghezza ivi.

Le larghezze delle semiparabole fatte da' projetti spinti col medesimo impeto sono eguali fra loro, secondo l'elevazioni per angoli eguali di sopra, e di sotto distanti dal semiretto v. 9. 55.

Eguali sono le larghezze delle parabole, l'altezze, e le sublimità delle quali si rispondono contrariamente v. 9. 57.

In ciascheduno punto d'una linea parabolica misurar l'impeto del projetto v. 9. 28 29.

L'impeto, o il momento di qualsivoglia semiparabola pareggia il momento d'un naturalmente cadente per una perpendicolare all'orizzonte, che sia tanto alta, quanto è il comporto della sublimità e dell'altezza d'una semiparabola v. 9. 58.

Di tutte le semiparabole, delle quali l'altezze, e le sublimità congiunte sono eguali, ancora sono gl'impeti eguali v. 9. 59 e segg.

Nelle projezioni de' medesimi con due impeti perpendicolare, e orizzontale, quanto più sono sublimi, tanto men vi si ricerca dell' orizzontale, e molto del perpendicolare, e all' incontro nelle poco elevate, grande bisogna che sia la forza dell' impeto orizzontale, che da poca altezza deve cacciare il projetto v. 9. 74.

Per cacciare il projetto un sol dito fuor del perpendicolo nella totale elevazione di novanta gradi non basta tutta la forza del mondo, ma necessariamente deve ricadere nell' istesso luogo onde fu cacciato ivi.

Mentre un projetto è portato con moto composto dell' equabile orizzontale, e del naturalmente accelerato descendente, descrive della sua scorsa una linea parabolica v. 9. 7.

Se qualche mobile con doppio moto equabile, cioè con orizzontale e perpendicolare, l' impeto o il momento della scorsa composta dall' uno e dall' altro moto sarà la potenza eguale a due momenti de' primi moti v. 9. 26.

Le larghezze delle parabole fatte da' projetti cacciati col medesimo impeto sono eguali fra loro secondo l' elevazioni per di sopra, e per di sotto distanti dal semiretto v. 9. 55.

Modo di misurare il suo impeto in cia-

S

Dato un prisma o cilindro col suo peso, ed il peso massimo sostenuto da esso, trovare la massima lunghezza, oltre alla quale prolungata dal suo solo proprio peso si romperebbe v. 8. 211.

Il cilindro, che gravato dal proprio peso sarà ridotto alla massima lunghezza, oltre alla quale più non si sosterrebbe, o sia retto nel mezzo da un solo sostegno, ovvero da due nell' estremità, potrà essere lungo il doppio di quello, che sarebbe fitto nel muro, cioè sostenuto in un solo termine v. 8. 212.

Se nella lunghezza d' un cilindro si noteranno due punti, sopra a' quali si voglia far la frazione di esso cilindro, le resistenze di essi due luoghi hanno fra di loro la medesima proporzione, che i rettangoli fatti dalle distanze di essi luoghi contrariamente presi v. 8. 217.

Dato il peso massimo retto dal mezzo d' un cilindro, o prisma, dove la resistenza è minima, e dato un peso maggiore di quello, trovare nel detto cilindro il punto, nel quale il dato peso maggiore sia retto, come peso massimo v. 8. 218.

Tagliato un prisma diagonalmente levandone la metà, la figura che resta ritien contraria natura di quella dell' intero prisma v. 8. 219. v. 9. 278. 279.

T

Z

			ERRORI	CORREZIONI
Pag. 98	l.	28	effezione	affezione
101	»	20	augumen-si	augumen-ti
136	»	32	della	dalla
137	»	6	spazo	spazio
158	»	16	viridico	ve-ridico
174	»	28	500 barili	100 barili
209	»	23	re-ferigli	re-ferirgli
258	»	ul.	so.	sol
305	»	23	connessiona	connessione
345	»	21	d'invisibili	d'indivisibili
402	»	1	7 scensioni co-sa sieno v. Y	Ascensioni cosa sieno v. 7.
430	»	ul.	opn-ti	ponti

Tav. I.

F. 7.

F. 8.

F. 15.

F. 18

F. 22.

F. 23.

F. 32.

F. 7.
G
A
S
C
F
T
V
F. 8.
G
A
F
S
E
H
V
N
X
T
F. 15.
A
C
H
N
E
T
M
V
C
O
S
V
N
P
F. 23.
N
A
I
M
B
K
D
L
C
F
E
N
M
I
H
C
F
N
A
I
M
B
F. 32.
K
D
L
C
F
E
D
C
G
B
C